wxMaxima pour l'Analyse Volume I

Auteur : Zachary Hannan, Solano Community College

Exercices du Chapitre 1 et leur corrigé

Présentation

Le manuel wxMaxima for Calculus Volume I, dont l'auteur est Zachary Hannan, propose l'étude de nombreux domaines de l'analyse à l'aide du logiciel Maxima et de son interface graphique wxMaxima. A l'occasion de la traduction française de ce manuel, la correction des exercices de chaque chapitre est proposée. Ce document reprend les exercices du manuel et leur correction à l'aide de wxMaxima.

La dernière version de ce document, ainsi que les fichiers source pour wxMaxima, sont téléchargeables sur le site https://maxima-french-doc.fr/, à la rubrique Documentation.

Enoncé des exercices

1. Tracez la fonction rationnelle $f(x) = \frac{x^2-2x+1}{3x^3-2}$ ainsi que toutes les asymptotes horizontales et verticales (utilisez `limit` pour identifier l'asymptote horizontale). N'oubliez pas que l'asymptote verticale doit être définie *paramétriquement* comme indiqué dans l'Exemple 1.1.2.

   Note : Lorsque vous recherchez algébriquement l'asymptote verticale, vous trouverez des solutions superflues (nombres complexes), mais la solution *réelle* sera également incluse dans la liste.
2. Tracez une fonction sinus avec une période de π, une amplitude de 2.5, une ligne médiane $y = 1.5$ et un déphasage positif (vers la gauche) égal à $1/3$ de la période.
3. Représente $f(x) = \cos x$ sur $[0, 4\pi]$ et utilise `find_root` pour trouver toutes les approximations décimales de toutes les racines sur cet intervalle. Quelles sont les valeurs *exactes* de ces racines ?
4. Tracer les fonctions $f(x) = e^x$, $g(x) = x^e$ et $h(x) = x^x$ sur l'intervalle $[0, 4]$. Quelle fonction croît le plus rapidement quand x devient très grand ? Laquelle croît le plus lentement ? Sans faire de calculs, notez le point d'intersection des trois graphes.
5. Quel déphasage positif minimal est nécessaire pour transformer une simple fonction sinus en une fonction cosinus ? Une fois que vous avez choisi cette valeur de ϕ, tracez le graphe de $f(x) = \sin(x + \phi)$ pour vérifier que la fonction cosinus est obtenue.
6. Les fonctions trigonométriques $\sec x$, $\csc x$ et $\cot x$ sont définies comme réciproques des fonctions trigonométriques basiques :
   $$\sec x = \frac{1}{\cos x} \qquad \csc x = \frac{1}{\sin x} \qquad \cot x = \frac{1}{\tan x}$$
   Réalisez trois graphiques différents pour explorer la relation entre chaque fonction et sa réciproque. Chaque graphique doit contenir la fonction trigonométrique de base ($\sin$, $\cos$ ou $\tan$) en pointillés rouges et la fonction réciproque ($\csc$, $\sec$ ou $\cot$) en ligne continue noire. Commentez la relation entre les zéros d'une fonction et les asymptotes verticales de l'autre.
7. Définissez la fonction $f(x) = x^2 - 5x$. Définissez $g_1(x) = f(-x)$ et $h_1(x) = g_1(x + 3)$; c'est-à-dire, effectuez une réflexion horizontale suivie d'un décalage horizontal. Tracez ces trois fonctions sur un même graphique.

   Ensuite, définissez $g_2(x) = f(x + 3)$ et $h_2(x) = g_2(-x)$; c'est-à-dire, effectuez le même décalage horizontal *avant* la même réflexion horizontale. Tracez ces trois fonctions sur le même graphique.

   Commentez l'importance de *l'ordre* pour les deux transformations.

8. En utilisant la même fonction $f(x)$ que dans le dernier exercice, définissez $g_1(x) = 2f(x)$ et $h_1(x) = g_1(-x)$ et tracez les trois fonctions sur le même graphique.
   Ensuite, définissez $g_2(x) = f(-x)$ et $h_2(x) = 2g_2(x)$ et tracez les trois fonctions sur un même graphique.
   L'ordre des transformations a-t-il de l'importance dans ce cas ? Quand pensez-vous que l'ordre a de l'importance, en général ?
9. Vérifier algébriquement que $f(x) = e^{-x^2}$ est une fonction paire. Représenter graphiquement $f(x)$ et vérifier que la courbe est bien symétrique comme attendu.
10. Définissez $f(x) = x^3$ et $g(x) = x^2 + 2x - 3$ et $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$. Utilisez wxMaxima pour identifier les valeurs de x qui ne sont pas dans le domaine de $h(x)$. Tracez la fonction $h(x)$ ainsi que les asymptotes verticales.
11. Définissez $f(x) = e^{-0,1x^2}$ et $g(x) = 4\cos 3\pi x$. Tracez $h(x) = f(x) \cdot g(x)$ ainsi que les deux fonctions qui forment l'*enveloppe*, comme dans l'Exemple 1.6.3. Affichez $h(x)$ en noir et l'enveloppe en lignes rouges. Choisissez une fenêtre graphique qui illustre clairement pourquoi $h(x)$ est parfois appelé un « paquet d'ondes ».
12. La fonction logarithme naturel, $\ln x$, est la réciproque de la fonction exponentielle e^x. Vérifiez algébriquement que ces deux fonctions sont des fonctions réciproques l'une de l'autre, puis tracez un graphique des deux fonctions ainsi que de la droite $y = x$.
13. Trouvez des approximations décimales pour toutes les solutions de $\cos x = 0,7$ sur $[0, 2\pi]$. Tracez un graphique qui montre toutes les solutions comme les intersections de deux courbes. Enfin, utilisez la fonction arc cosinus pour résoudre l'équation, puis découvrez comment obtenir « manuellement » la deuxième solution à partir de la première (ce n'est *pas* aussi simple que de décaler la solution d'une période !). Remarque : le domaine « classique » pour la fonction cosinus est $[0, \pi]$.
14. Trouvez des approximations décimales pour les intersections de la fonction arc tangente $\tan^{-1}(x)$ et du cercle unité. Indice : le cercle unité devra être divisé en deux demi-cercles (supérieur et inférieur) afin de réussir le test de la "droite verticale". Faites un graphique montrant les intersections.
15. Toute fonction $f(x)$ peut être décomposée en somme de fonctions paire et impaire en utilisant le fait que $f(x) = \frac{1}{2}[f(x) + f(-x)] + \frac{1}{2}[f(x) - f(-x)]$ (le premier terme est pair et le second est impair). Définissez la fonction $f(x) = e^x$ et définissez $E(x) = \frac{1}{2}[f(x) + f(-x)]$ et $O(x) = \frac{1}{2}[f(x) - f(-x)]$. Vérifiez algébriquement que $E(x)$ est pair et que $O(x)$ est impair. Enfin, représentez graphiquement $E(x)$ et $O(x)$ pour vérifier que ces courbes possèdent bien les symétries attendues. $E(x)$ et $O(x)$ ont en fait des noms connus – faites quelques recherches et notez les noms de ces fonctions spéciales.
16. Comme présenté dans l'Exemple 1.6.2, une combinaison linéaire de deux fonctions sinusoïdales de même période donne une autre fonction sinusoïdale de même période. Si nous combinons deux fonctions sinusoïdales de périodes *différentes*, le résultat n'est plus sinusoïdal. Définissez $f(x) = \sin 4x$, $g(x) = \cos x$, et $h(x) = 3f(x) - g(x)$. Tracez les trois fonctions avec $h(x)$ en noir et les autres en gris. Quelles sont les périodes de $f(x)$ et $g(x)$? Quelle est la période de $h(x)$?
17. En fonction du dernier exercice, formulez une règle générale pour prédire la période d'une combinaison linéaire de fonctions sinusoïdales. Votre règle fonctionne-t-elle pour les fonctions $f(x) = \sin 2x$ et $g(x) = \sin 3x$? Réalisez un graphique pour tester votre règle, puis ajustez la règle si nécessaire.
18. En utilisant l'intervalle $[0, 4]$, trouvez une composition de fonctions qui donne une onde qui « ondule » plus rapidement à mesure que x augmente. Réalisez un "joli" graphique de votre fonction.

Corrigé des exercices

WXMAXIMA POUR L'ANALYSE, VOLUME I CORRECTION DES EXERCICES DU CHAPITRE 1 FICHIER : CORRECTION-CHAPITRE1.WXMX

1 Exercice1

-> f(x) :=(x^ 2-2*x+1)/(3*x^ 3-2);

(% o2) $$\mathrm{f}(x):=\frac{x^2-2x+1}{3x^3-2}$$

Asymptote verticale

-> asympv :solve(denom(f(x))=0,x);

(asympv) $$\left[x=\frac{2^{\frac{1}{3}}\sqrt{3}\%i-2^{\frac{1}{3}}}{23^{\frac{1}{3}}},x=-\frac{2^{\frac{1}{3}}\sqrt{3}\%i+2^{\frac{1}{3}}}{23^{\frac{1}{3}}},x=\frac{2^{\frac{1}{3}}}{3^{\frac{1}{3}}}\right]$$

-> asympv1 :rhs(asympv[3]);

(asympv1) $$\frac{2^{\frac{1}{3}}}{3^{\frac{1}{3}}}$$

-> asympv1;

(% o12) $$\frac{2^{\frac{1}{3}}}{3^{\frac{1}{3}}}$$

Asymptote horizontale

-> limit(f(x),x,minf);

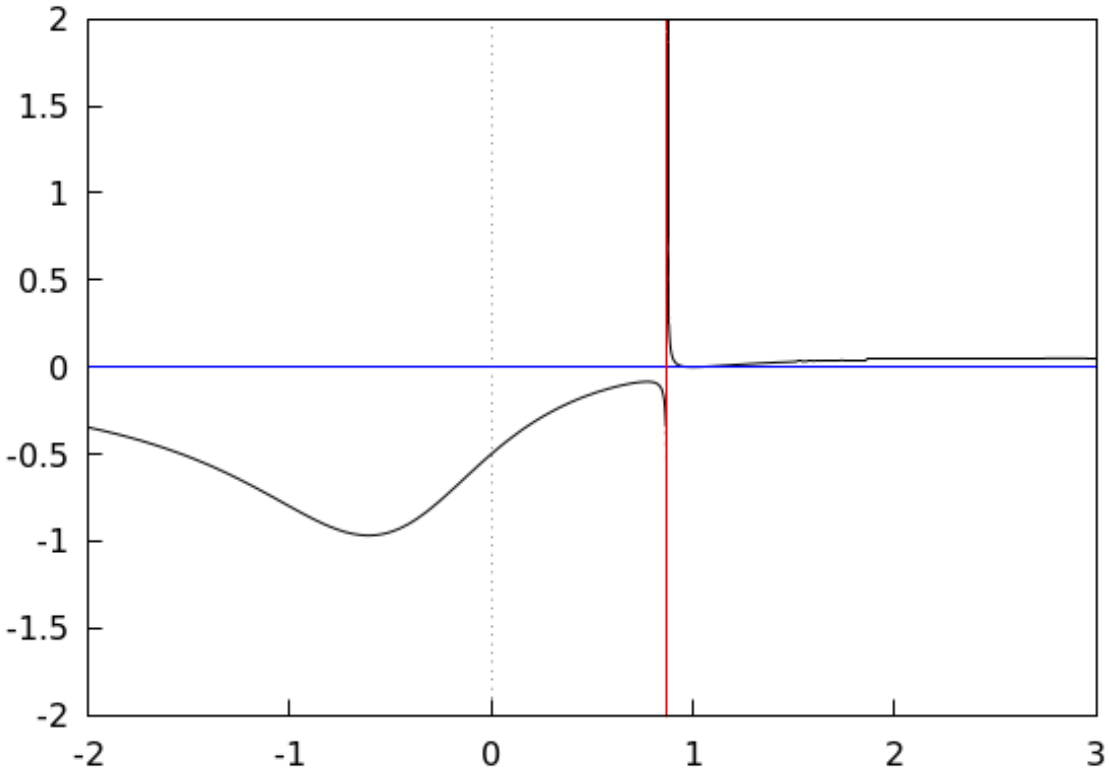
(% o13) $$0$$

-> limit(f(x),x,inf);

(% o14) $$0$$

```
-> wxdraw2d(
xaxis=true,
yaxis=true,
yrange=[-2,2],
xrange=[-2,3],
color=black,
explicit(f(x),x,-2,3),
color=blue,
explicit(0,x,-2,3),
color=red,
parametric(asympv1,t,t,-2,3)
);
```

(% t28)



(% o28)

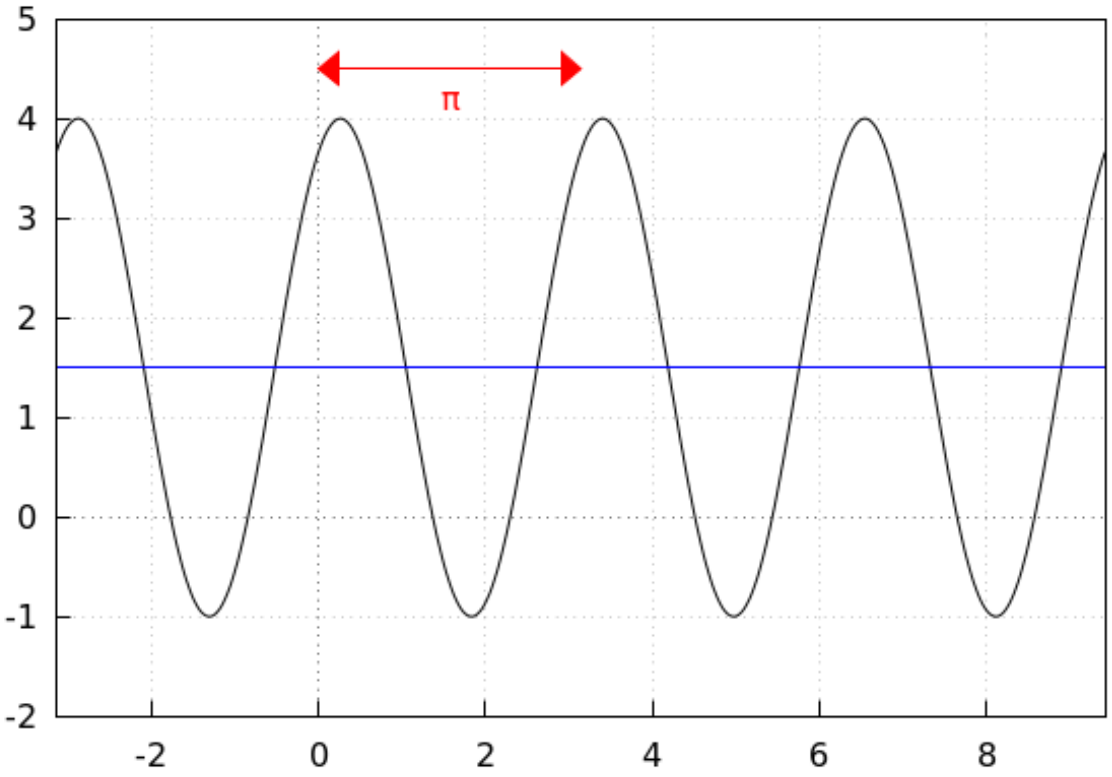
2 Exercice 2

```
-> g(x) :=2.5*sin(2*x+%pi/3)+1.5;
```

(% o29) $$g(x) := 2.5\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)+1.5$$

```
-> wxdraw2d(
xaxis=true,
yaxis=true,
grid=true,
yrange=[-2,5],
xrange=[-%pi,3*%pi],
color=black,
explicit(g(x),x,-%pi,3*%pi),
color=blue,
explicit(1.5,x,-%pi,3*%pi),
color=red,
head_length=0.3,head_angle=40,
vector([0,4.5],[%pi,0]),
vector([%pi,4.5],[-%pi,0]),
label(["π",1.6,4.2])
);
```

(% t58)

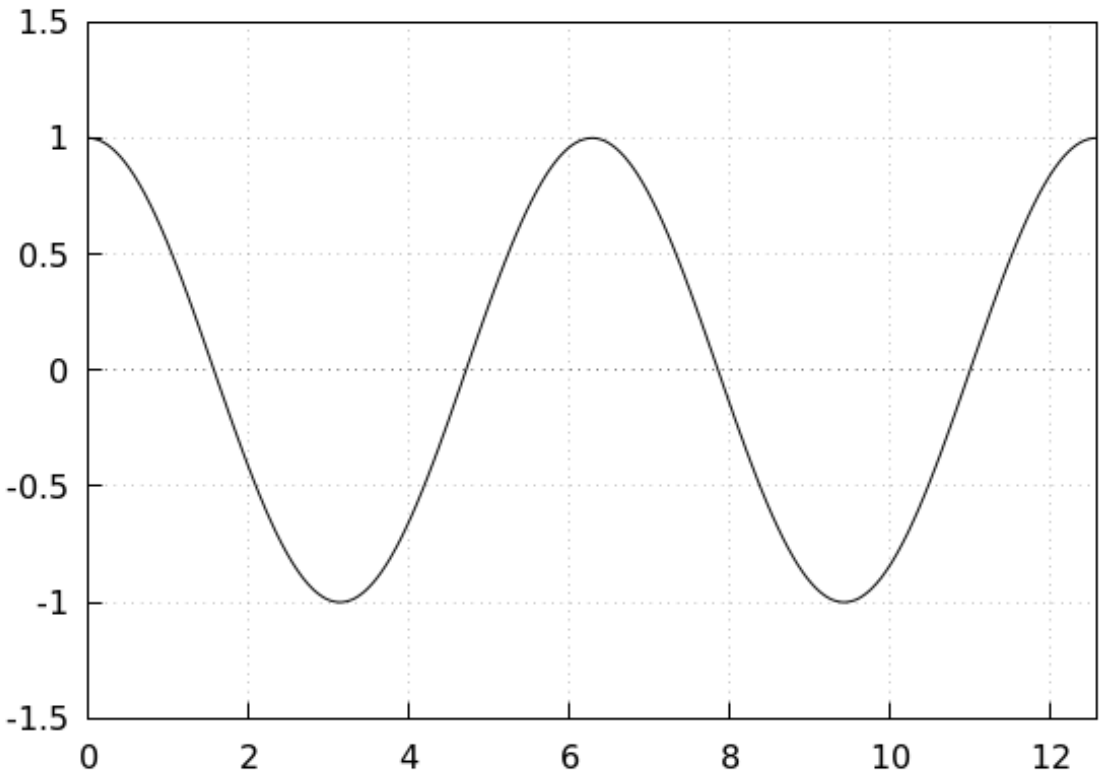


(% o58)

3 Exercice 3

```
-> wxdraw2d(
xaxis=true,
yaxis=true,
grid=true,
yrange=[-1.5,1.5],
xrange=[0,4*%pi],
color=black,
explicit(cos(x),x,0,4*%pi)
);
```

(% t6)



(% o6)

```
-> makelist(find_root(cos(x)=0,x,3*i,3*(i+1)),i,0,3);
```

(% o10) $[1.570796326794896, 4.71238898038469, 7.853981633974483, 10.99557428756427]$

```
-> solution1 :solve(cos(x)=0,x);
```

solve : using arc-trig functions to get a solution. Some solutions will be lost.

(solution1) $$\left[x = \frac{\pi}{2}\right]$$

```
-> makelist(solution1+i*%pi,i,0,3);
```

(% o15) $$\left[\left[x=\frac{\pi}{2}\right],\left[x+\pi=\frac{3\pi}{2}\right],\left[x+2\pi=\frac{5\pi}{2}\right],\left[x+3\pi=\frac{7\pi}{2}\right]\right]$$

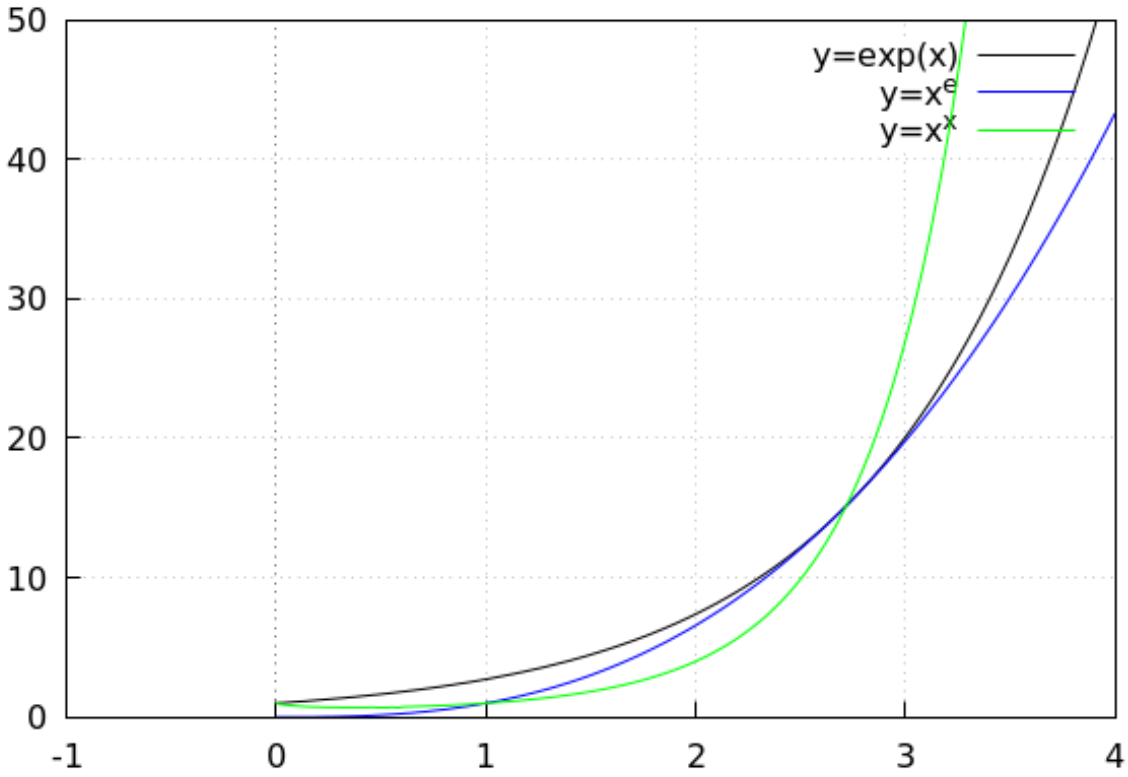
```
-> float(%);
```

(% o16)
$[[x=1.570796326794896],[x+3.141592653589793=4.71238898038469],[x+6.283185307179586=7.8539816339$

4 Exercice 4

```
-> wxdraw2d(
xaxis=true,
yaxis=true,
grid=true,
yrange=[0,50],
xrange=[-1,4],
color=black,
key="y=exp(x)",
explicit(exp(x),x,0,4),
color="blue",
key="y=x^ e",
explicit(x^ %e,x,0,4),
color="green",
key="y=x^ x",
explicit(x^ x,x,0,4)
);
```

(% t19)



(% o19)

la fonction xx̂ croit le plus rapidement ;la fonction xê est celle qui croit le plus lentementle point d'intersection est proche de (2,7 ;15)

```
-> find_root(exp(x)=x^ x,x,2.5,3);
```

(% o21) 2.718281828459045

5 Exercice 5

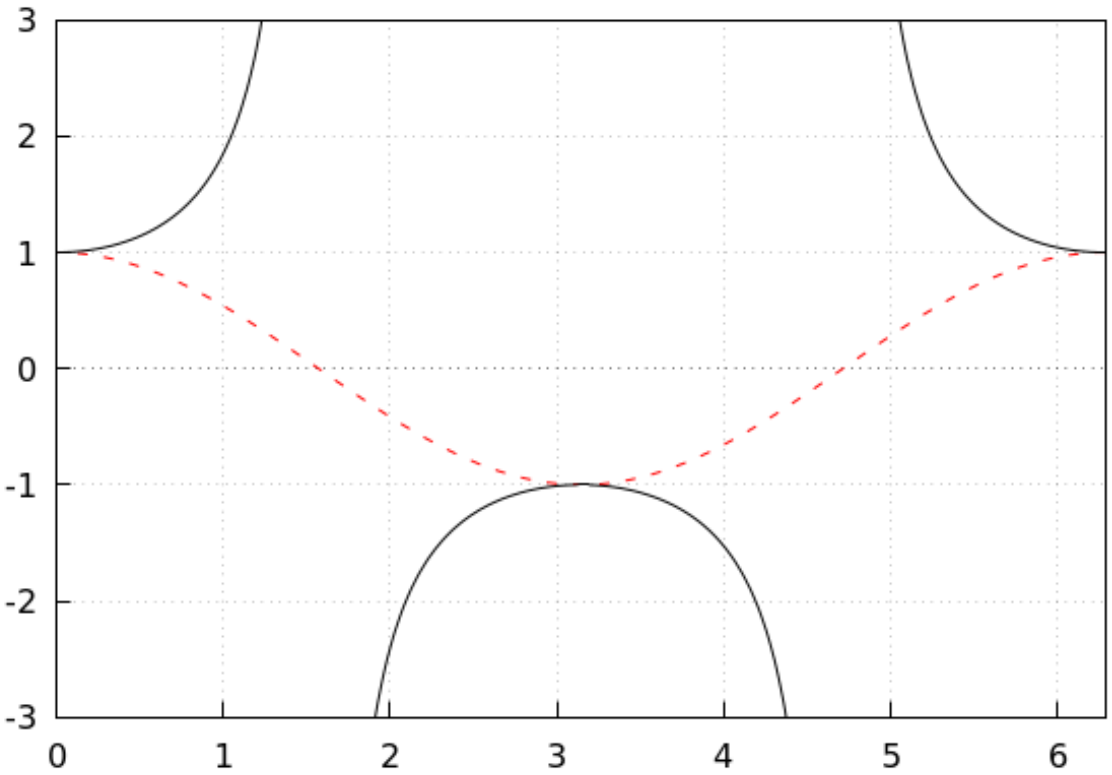
```
-> sin(x+%pi/2);
```

(% o22) $\cos(x)$

6 Exercice 6

```
-> wxdraw2d(
grid=true,
xaxis=true,
yaxis=true,
xrange=[0,2*%pi],
yrange=[-3,3],
color="red",
line_type = dashes,
explicit(cos(x),x,0,2*%pi),
color="black",
line_type=solid,
explicit(1/cos(x),x,0,2*%pi)
);
```

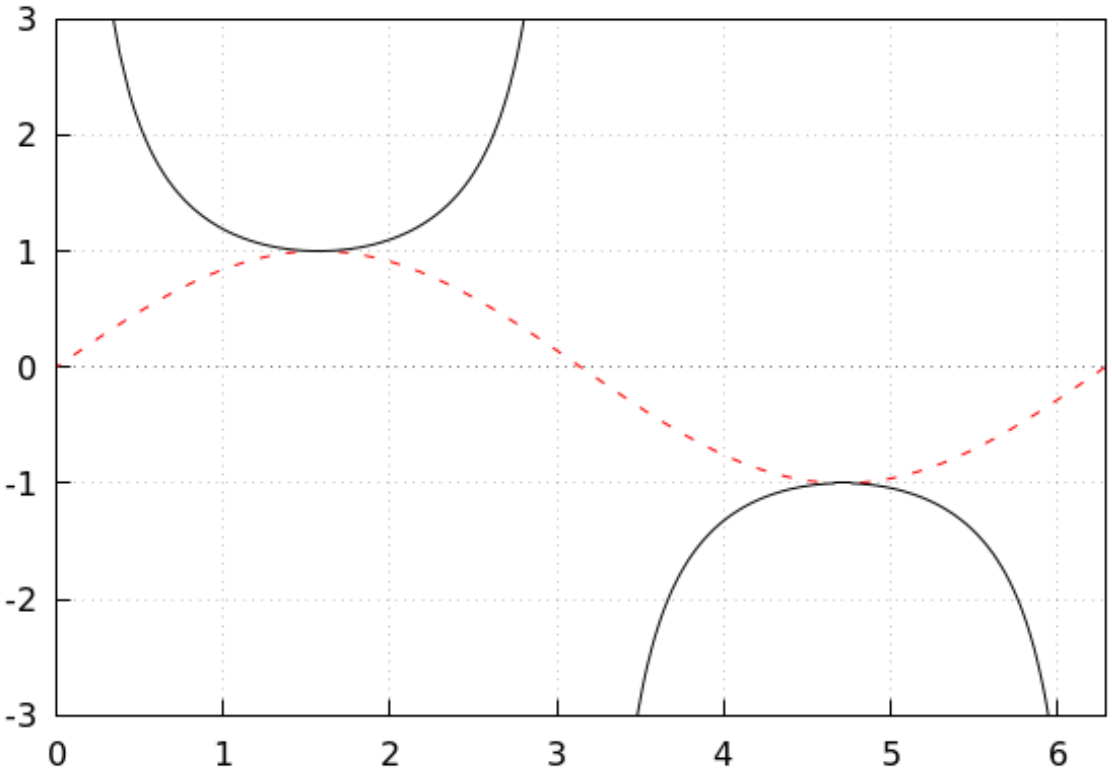
(% t27)



(% o27)

```
-> wxdraw2d(
grid=true,
xaxis=true,
yaxis=true,
xrange=[0,2*%pi],
yrange=[-3,3],
color="red",
line_type = dashes,
explicit(sin(x),x,0,2*%pi),
color="black",
line_type=solid,
explicit(1/sin(x),x,0,2*%pi)
);
```

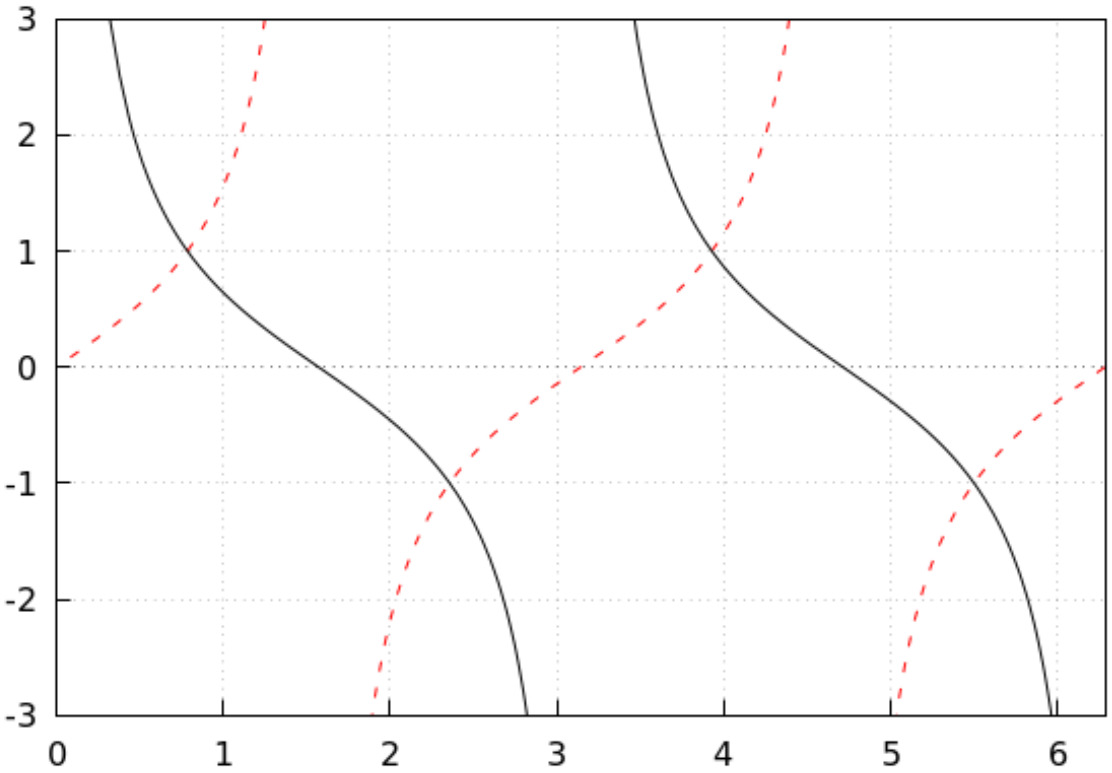
(% t28)



(% o28)

```
-> wxdraw2d(
grid=true,
xaxis=true,
yaxis=true,
xrange=[0,2*%pi],
yrange=[-3,3],
color="red",
line_type = dashes,
explicit(tan(x),x,0,2*%pi),
color="black",
line_type=solid,
explicit(1/tan(x),x,0,2*%pi)
);
```

(% t29)



(% o29)

Les zéros de la fonction annulent le dénominateur, donc chaque zéro de la fonctiontrigonométrique de base se traduit par une asymptote verticale pour la fonctiontrigonométrique réciproque.

7 Exercice 7

```
-> f(x) :=x^ 2-5*x;
```

(% o2) $\mathrm{f}(x):=x^2-5x$

```
-> g1(x) :=f(-x);
```

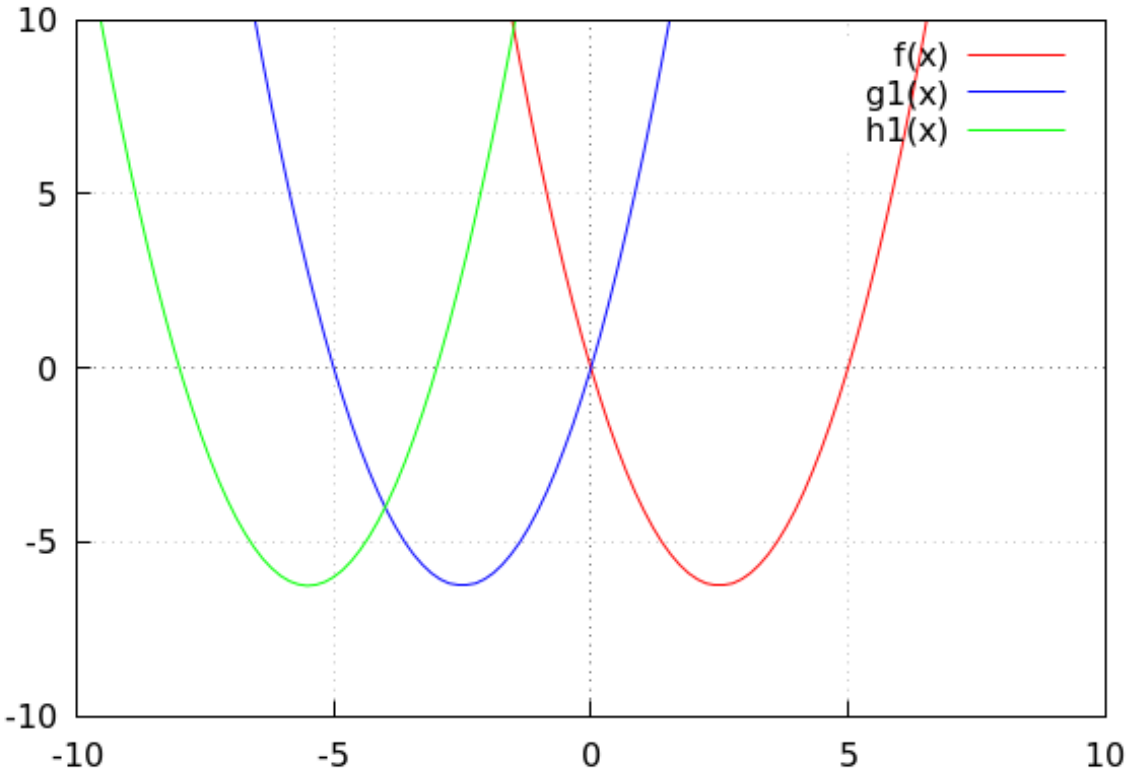
(% o2) $\mathrm{g1}(x):=\mathrm{f}\left(-x\right)$

```
-> h1(x) :=g1(x+3);
```

(% o3) $\mathrm{h1}(x):=\mathrm{g1}\left(x+3\right)$

```
-> wxdraw2d(
dimensions=[600,600],
grid=true,
xaxis=true,
yaxis=true,
xrange=[-10,10],
yrange=[-10,10],
color="red",
key="f(x)",
explicit(f(x),x,-10,10),
color="blue",
key="g1(x)",
explicit(g1(x),x,-10,10),
color="green",
key="h1(x)",
explicit(h1(x),x,-10,10)
);
```

(% t18)



(% o18)

```
-> g2(x) :=f(x+3);
```

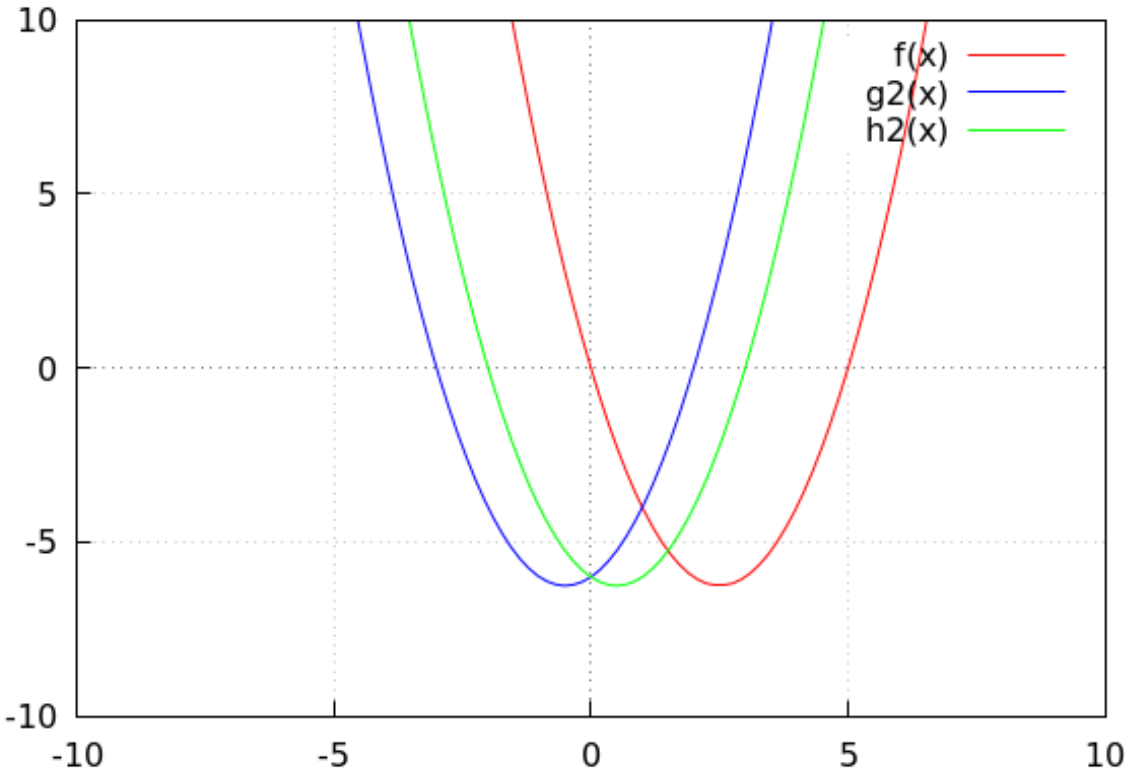
(% o19) $\mathrm{g2}(x):=\mathrm{f}\left(x+3\right)$

```
-> h2(x) :=g2(-x);
```

(% o20) $\mathrm{h2}(x) := \mathrm{g2}\,(-x)$

```
-> wxdraw2d(
dimensions=[600,600],
grid=true,
xaxis=true,
yaxis=true,
xrange=[-10,10],
yrange=[-10,10],
color="red",
key="f(x)",
explicit(f(x),x,-10,10),
color="blue",
key="g2(x)",
explicit(g2(x),x,-10,10),
color="green",
key="h2(x)",
explicit(h2(x),x,-10,10)
);
```

(% t21)



(% o21)

On constate que l'ordre dans lequel on applique les transformations change le résultat.

8 Exercice 8

```
-> g1(x) :=2*f(x);
```

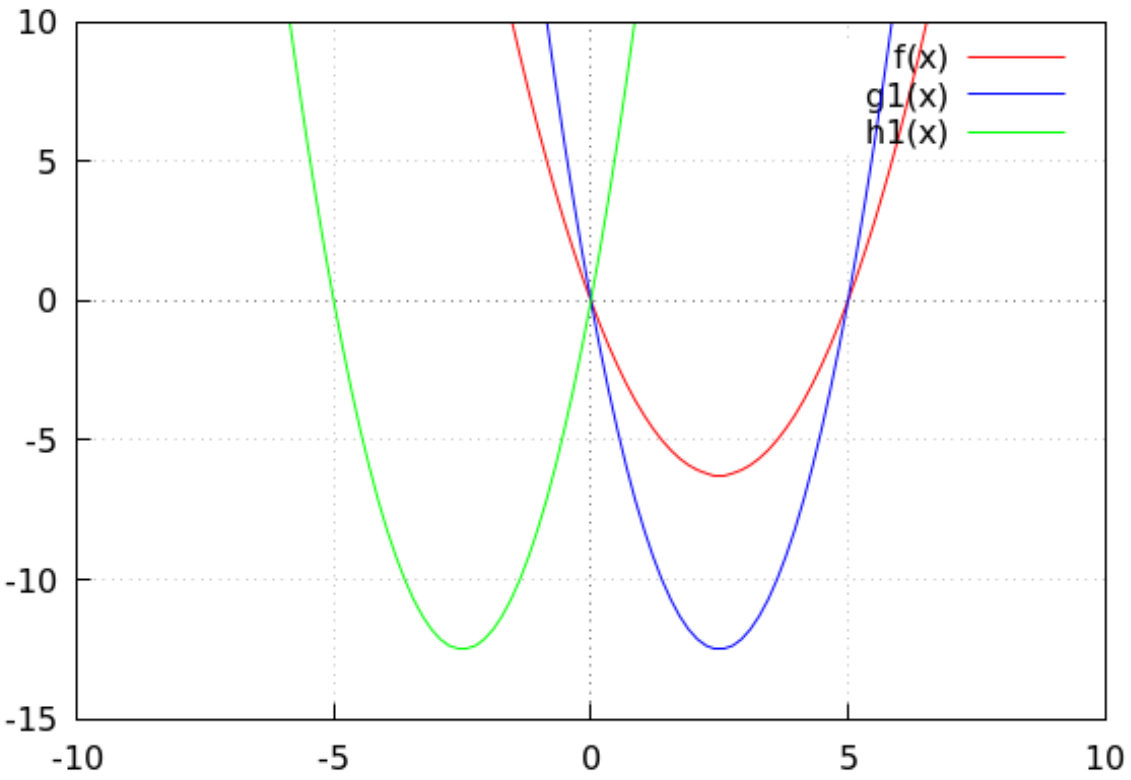
(% o3) $g1(x) := 2\,f(x)$

```
-> h1(x) :=g1(-x);
```

(% o4) $h1(x) := g1\,(-x)$

```
-> wxdraw2d(
dimensions=[600,600],
grid=true,
xaxis=true,
yaxis=true,
xrange=[-10,10],
yrange=[-15,10],
color="red",
key="f(x)",
explicit(f(x),x,-10,10),
color="blue",
key="g1(x)",
explicit(g1(x),x,-10,10),
color="green",
key="h1(x)",
explicit(h1(x),x,-10,10)
);
```

(% t6)



(% o6)

```
-> g2(x) :=f(-x);
```

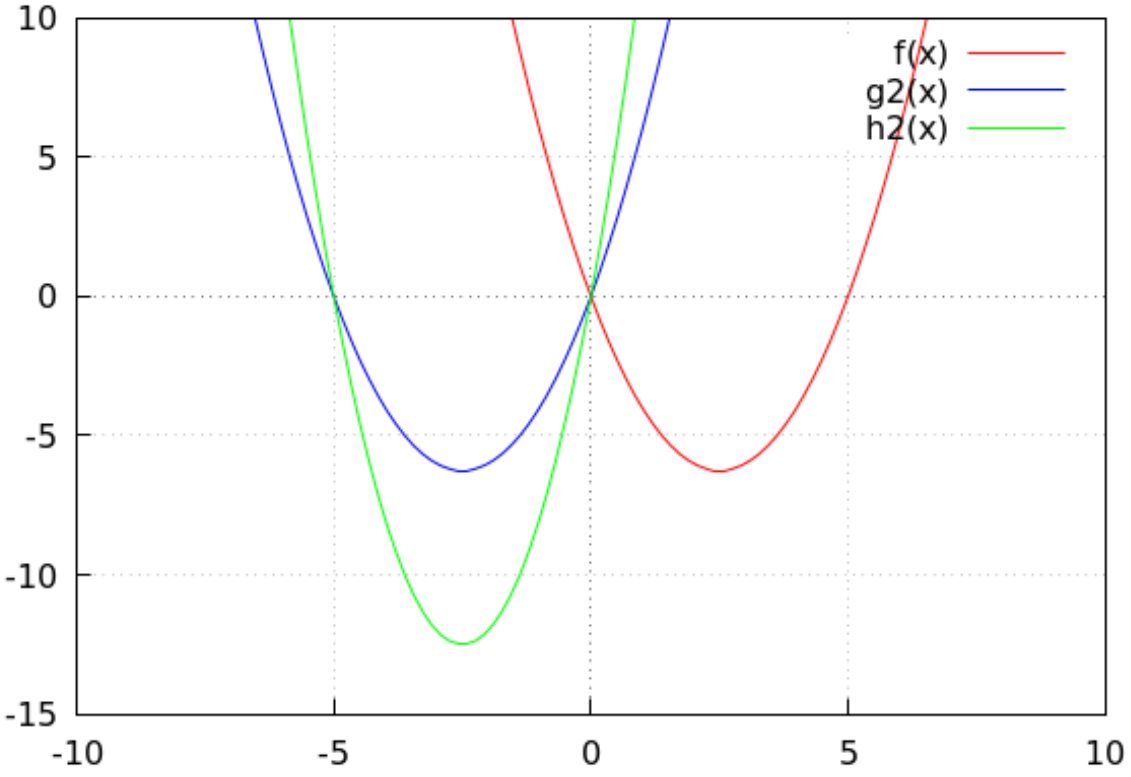
(% o7) $\mathrm{g2}(x):=\mathrm{f}\left(-x\right)$

```
-> h2(x) :=2*g2(x);
```

(% o8) $\mathrm{h2}(x):=2\,\mathrm{g2}(x)$

```
-> wxdraw2d(
dimensions=[600,600],
grid=true,
xaxis=true,
yaxis=true,
xrange=[-10,10],
yrange=[-15,10],
color="red",
key="f(x)",
explicit(f(x),x,-10,10),
color="blue",
key="g2(x)",
explicit(g2(x),x,-10,10),
color="green",
key="h2(x)",
explicit(h2(x),x,-10,10)
);
```

(% t9)



(% o9)

Le résultat n'est pas le même. L'ordre n'aura pas d'importance lorsque la fonction composéerésultante a la même expression, cad que les deux transformations appliquées sont commutatives.

9 Exercice 9

```
-> f(x) :=exp(-x^ 2);
```

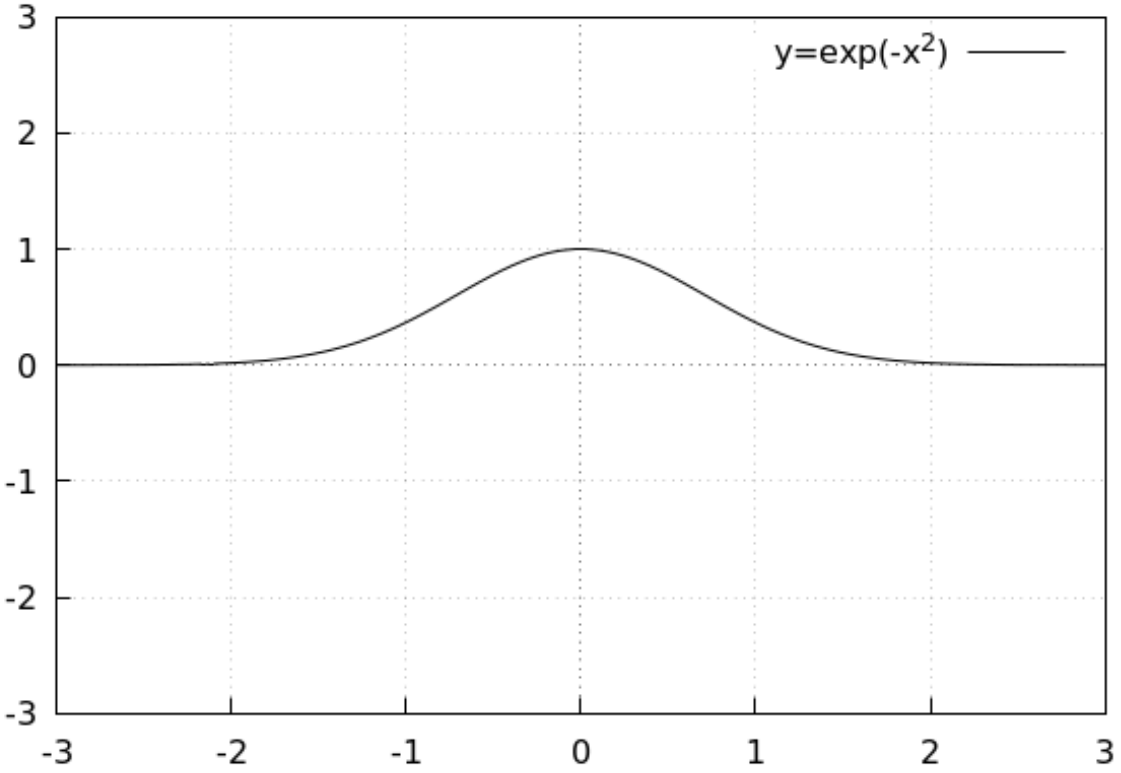
(% o28) $$\mathrm{f}(x) := \exp\left(-x^2\right)$$

```
-> f(-x)-f(x);
```

(% o30) $$0$$

```
-> wxdraw2d(
grid=true,
xaxis=true,
yaxis=true,
xrange=[-3,3],
yrange=[-3,3],
color="black",
key="y=exp(-x^ 2)",
explicit(f(x),x,-3,3)
);
```

(% t39)



(% o39)

La courbe est bien symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

10 Exercice 10

```
-> f(x) :=x^ 3;
```

(% o1) $$\mathrm{f}(x):=x^3$$

```
-> g(x) :=x^ 2+2*x-3;
```

(% o4) $$\mathrm{g}(x):=x^2+2x-3$$

```
-> h(x) :=f(x)/g(x);
```

(% o5) $$\mathrm{h}(x):=\frac{\mathrm{f}(x)}{\mathrm{g}(x)}$$

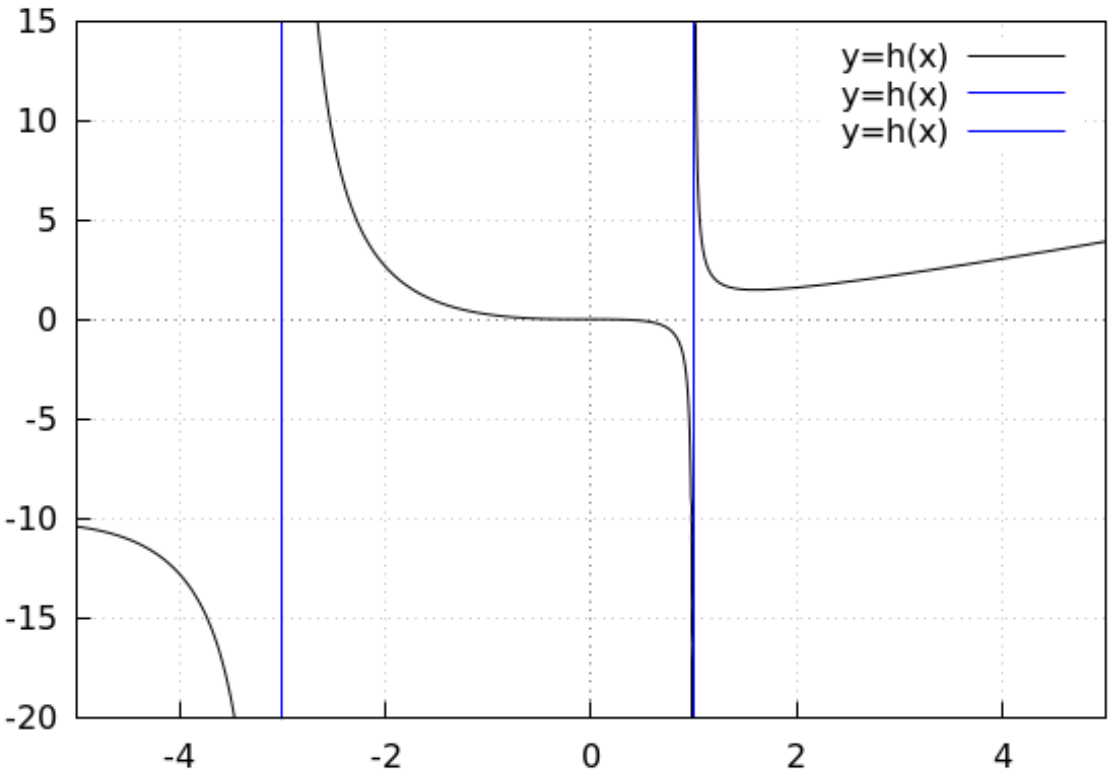
```
-> solve(g(x)=0,x);
```

(% o6) $$[x=-3\,,x=1]$$

Le domaine de h est donc R privé de -3 et de 1.Ces valeurs correspondent aux asymptotes verticales.

```
-> wxdraw2d(
grid=true,
xaxis=true,
yaxis=true,
xrange=[-5,5],
yrange=[-20,15],
color="black",
key="y=h(x)",
explicit(h(x),x,-5,5),
color="blue",
parametric(-3,t,t,-20,15),
parametric(1,t,t,-20,15)
);
```

(% t13)



(% o13)

11 Exercice 11

```
-> f(x) :=exp(-0.1*x^ 2);
```

(% o14) $$\mathrm{f}(x) := \exp\left((-0.1)\,x^2\right)$$

```
-> g(x) :=4*cos(3*%pi*x);
```

(% o17) $$\mathrm{g}(x) := 4\cos\left(3\pi x\right)$$

```
-> h(x) :=f(x)*g(x);
```

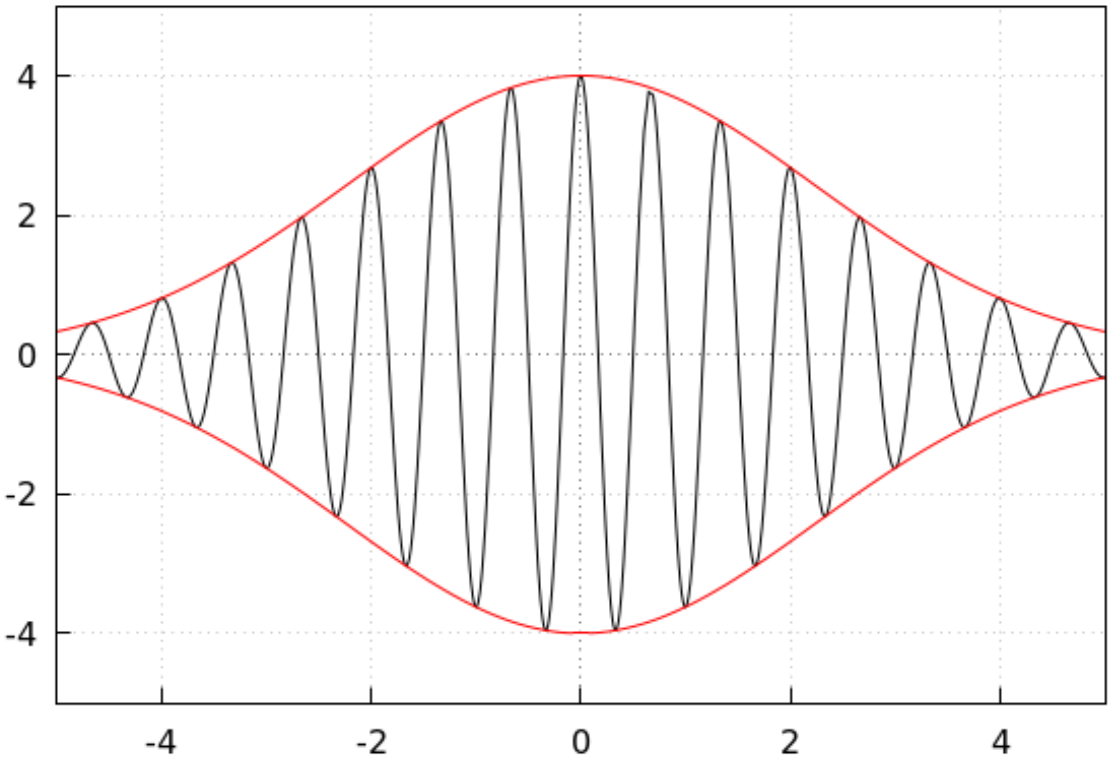
(% o18) $h(x) := f(x)\,g(x)$

```
-> h(x) :=f(x)*g(x);
```

(% o16) $h(x) := f(x)\,g(x)$

```
-> wxdraw2d(
grid=true,
xaxis=true,
yaxis=true,
xrange=[-5,5],
yrange=[-5,5],
color="black",
explicit(h(x),x,-5,5),
color="red",
explicit(4*f(x),x,-5,5),
explicit(-4*f(x),x,-5,5)
);
```

(% t27)



(% o27)

12 Exercice 12

```
-> exp(log(x));
```

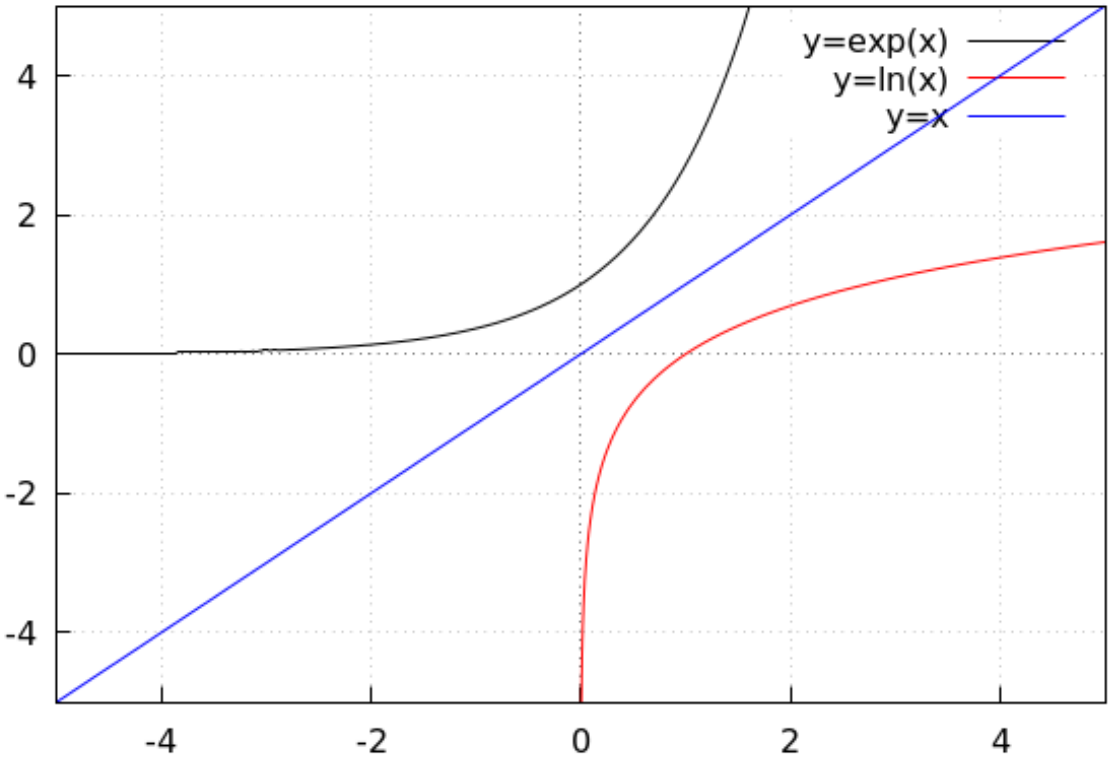
(% o1) x

```
-> log(exp(x));
```

(% o2) x

```
-> wxdraw2d(
dimensions=[600,600],
grid=true,
xaxis=true,
yaxis=true,
xrange=[-5,5],
yrange=[-5,5],
color="black",
key="y=exp(x)",
explicit(exp(x),x,-5,5),
color="red",
key="y=ln(x)",
explicit(log(x),x,0,5),
color="blue",
key="y=x",
explicit(x,x,-5,5)
);
```

(% t9)

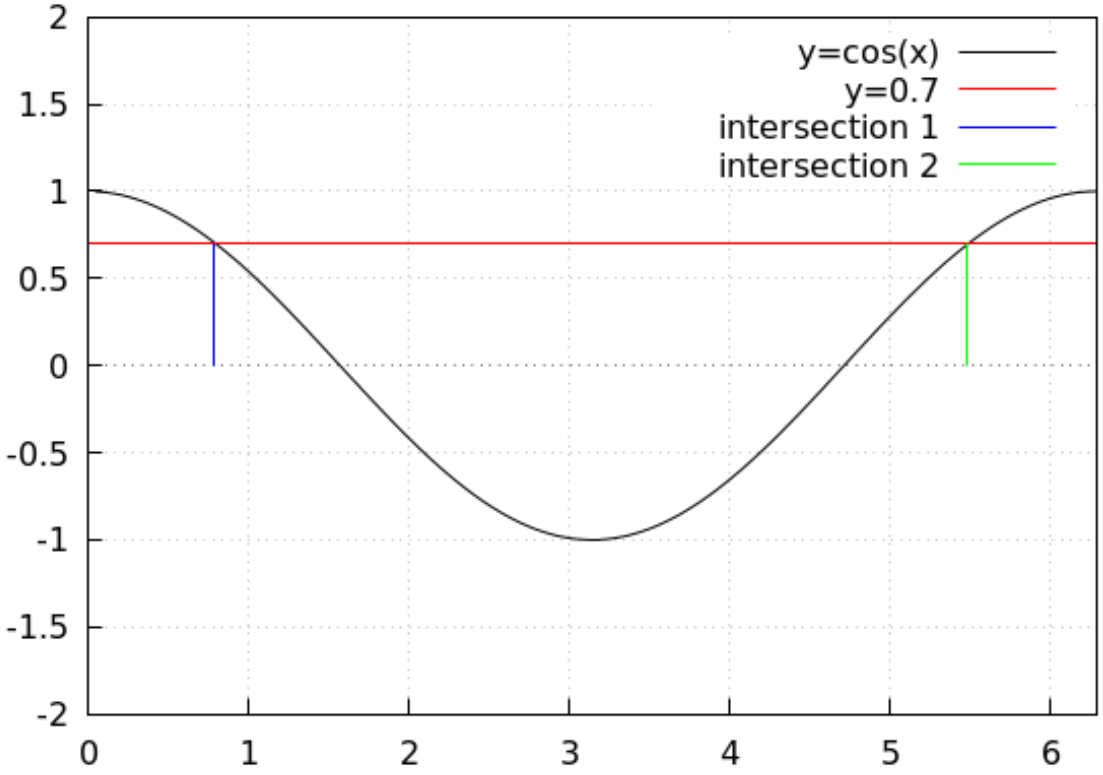


(% o9)

13 Exercice 13

```
-> wxdraw2d(
grid=true,
xaxis=true,
yaxis=true,
xrange=[0,2*%pi],
yrange=[-2,2],
color="black",
key="y=cos(x)",
explicit(cos(x),x,0,2*%pi),
color="red",
key="y=0.7",
explicit(0.7,x,0,2*%pi),
key="intersection 1" ,
color="blue",
parametric(0.79,t,t,0,0.7),
key="intersection 2" ,
color="green",
parametric(5.48,t,t,0,0.7)
);
```

(% t11)



(% o11)

```
-> find_root(cos(x)=0.7,x,0,2);
```

(% o19) 0.7953988301841436

```
-> find_root(cos(x)=0.7,x,3,6);
```

(% o20) 5.487786476995443

```
-> acos(0.7);
```

(% o12) 0.7953988301841437

On utilise la propriété cos(x)=cos(2π-x)si x est entre 0 et π alors 2π-x est entre π et 2π

```
-> 2*%pi-acos(0.7);
```

(% o19) $2\pi - 0.7953988301841437$

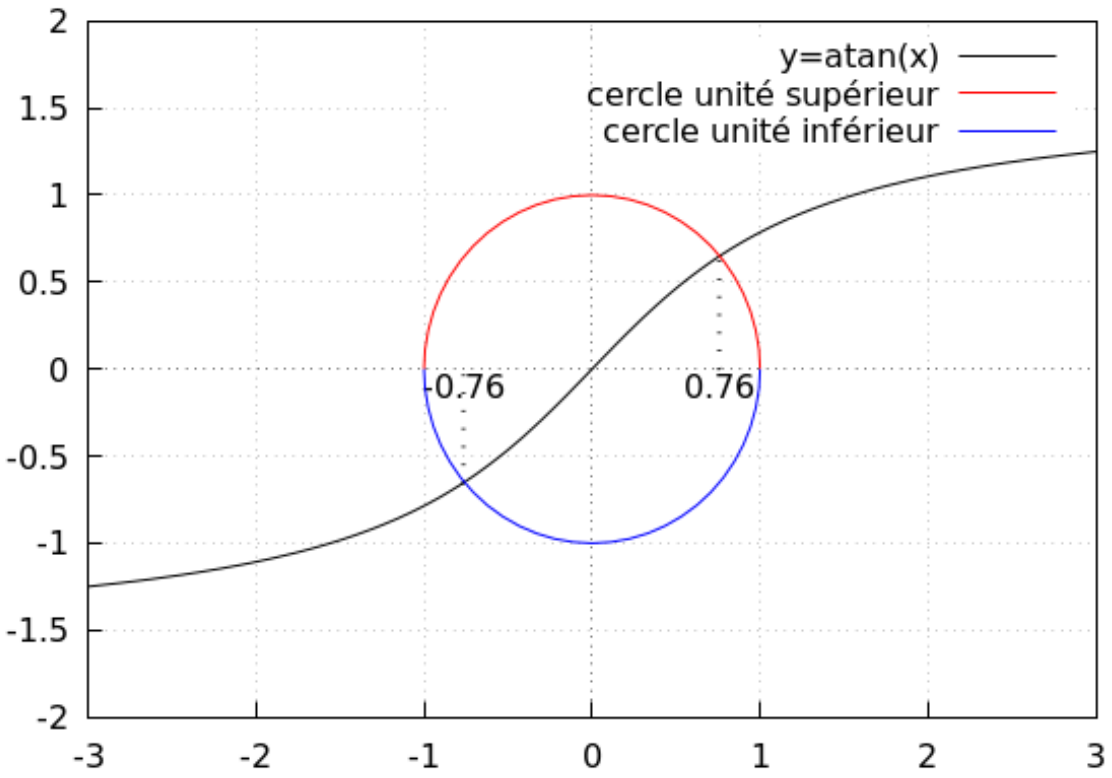
```
-> float(%);
```

(% o20) 5.487786476995442

14 Exercice 14

(% i26)
```
wxdraw2d(
grid=true,
xaxis=true,
yaxis=true,
xrange=[-3,3],
yrange=[-2,2],
color="black",
line_type=dots,
line_width=2,
parametric(0.76,t,t,0,sqrt(1-0.76^ 2)),
label(["0.76",0.76,-0.1]),
parametric(-0.76,t,t,-sqrt(1-0.76^ 2),0),
label(["-0.76",-0.76,-0.1]),
line_type=solid,
line_width=1,
color="black",
key="y=atan(x)",
explicit(atan(x),x,-5,5),
color="red",
key="cercle unité supérieur",
parametric(cos(t),sin(t),t,0,%pi),
color="blue",
key="cercle unité inférieur",
parametric(cos(t),sin(t),t,%pi,2*%pi)
);
```

(% t26)



(% o26)

(% i2) find_root(atan(x)=sqrt(1-x^ 2),x,0,2);

(% o2) $$0.7600291816777509$$

(% i3) find_root(atan(x)=-sqrt(1-x^ 2),x,-2,0);

(% o3) $$-0.7600291816777509$$

15 Exercice 15

(% i27) f(x) :=exp(x);

(% o27) $$\mathrm{f}(x):=\exp(x)$$

(% i28) E(x) :=1/2*(f(x)+f(-x));

(% o28) $$\mathrm{E}(x):=\frac{1}{2}\left(\mathrm{f}(x)+\mathrm{f}\left(-x\right)\right)$$

(% i29) O(x) :=1/2*(f(x)-f(-x));

(% o29) $$\mathrm{O}(x):=\frac{1}{2}\left(\mathrm{f}(x)-\mathrm{f}\left(-x\right)\right)$$

(% i30) E(-x)-E(x);

(% o30) $$0$$

(% i33) O(-x)+O(x);

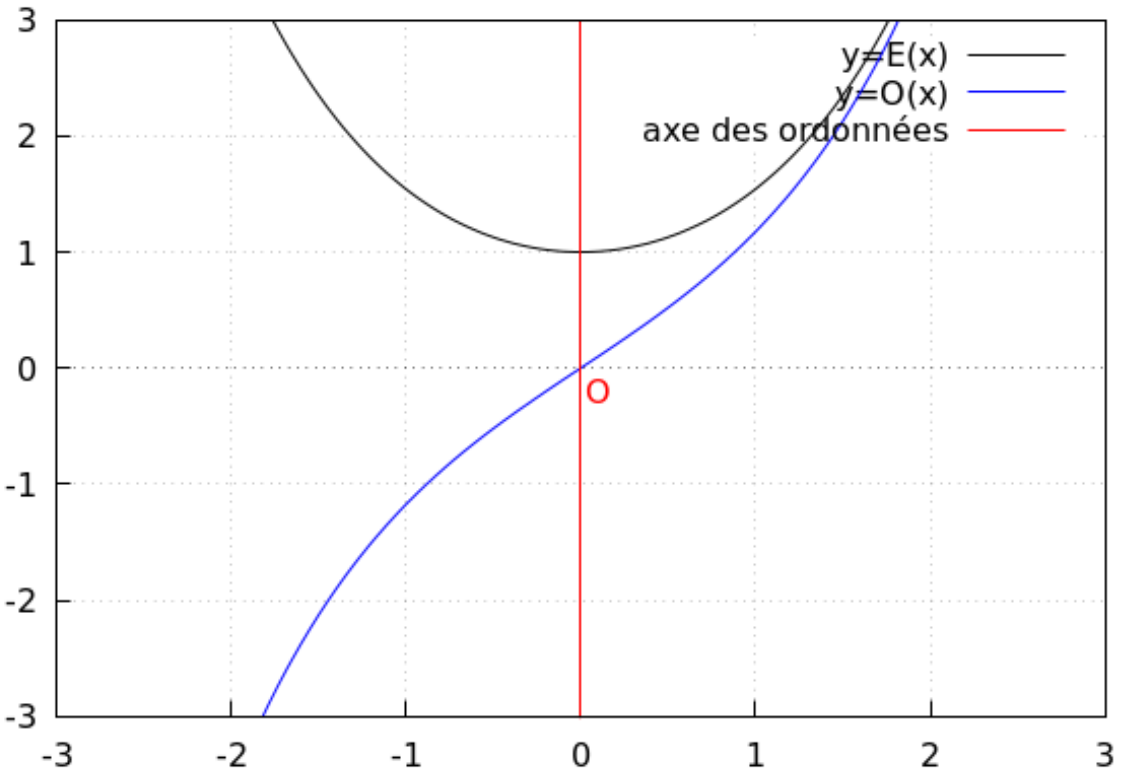
(% o33) $$\frac{\%e^{x}-\%e^{-x}}{2}+\frac{\%e^{-x}-\%e^{x}}{2}$$

(% i32) expand(O(-x)+O(x));

(% o32) $$0$$

(% i46)
```
wxdraw2d(
grid=true,
xaxis=true,
yaxis=true,
xrange=[-3,3],
yrange=[-3,3],
color="black",
key="y=E(x)",
explicit(E(x),x,-3,3),
color="blue",
key="y=O(x)",
explicit(O(x),x,-3,3),
key="axe des ordonnées",
color="red",
parametric(0,t,t,-3,3),
label(["O",0.1,-0.2])
);
```

(% t46)



(% o46)

On constate bien que la courbe de E est symétrique par rapport à l'axe des ordonnéesLa courbe de O est symétrique par rapport à l'origine O

(% i52)
```
print("E(x)=",E(x))$print("O(x)=",O(x))$
```

"E(x)=" " "

$$\frac{\%e^{x}+\%e^{-x}}{2}$$

" "

"O(x)=" " "

$$\frac{\%e^{x}-\%e^{-x}}{2}$$

" "

On reconnait la fonction cosinus hyperbolique et la fonction sinus hyperbolique.

16 Exercice 16

(% i53) f(x) :=sin(4*x);

(% o53) $$\mathrm{f}(x):=\sin(4x)$$

(% i54) g(x) :=cos(x);

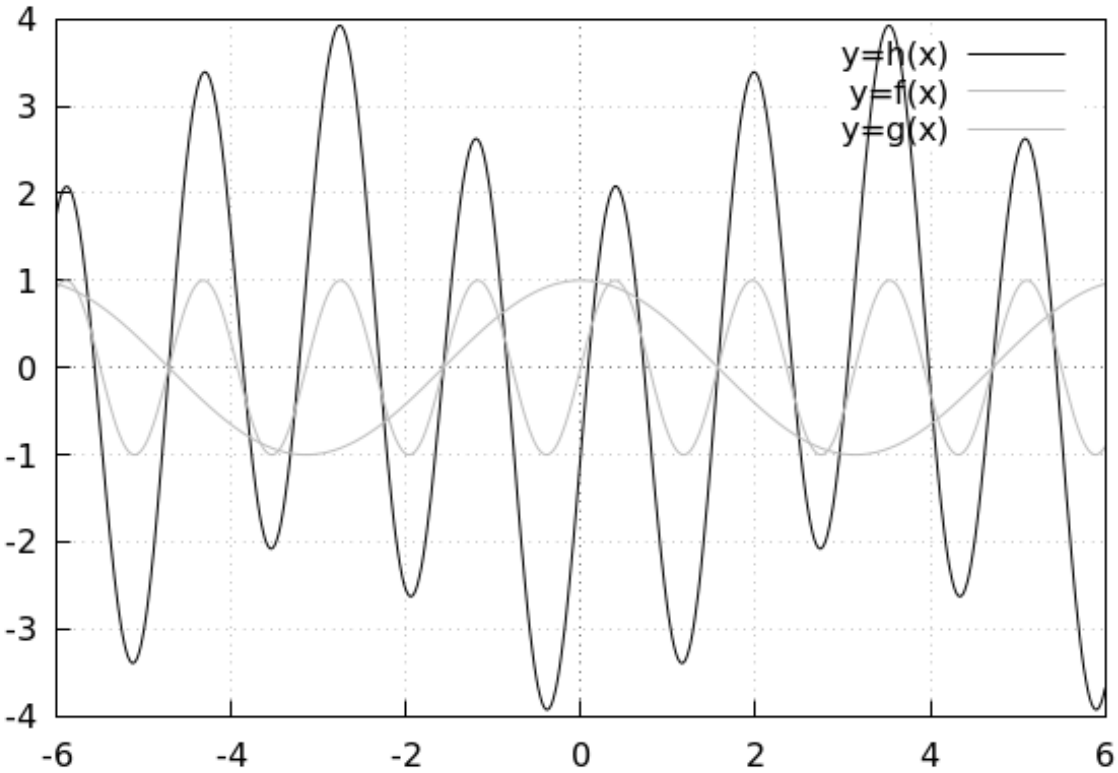
(% o54) $$\mathrm{g}(x):=\cos(x)$$

(% i55) h(x) :=3*f(x)-g(x);

(% o55) $$\mathrm{h}(x):=3\,\mathrm{f}(x)-\mathrm{g}(x)$$

```
(% i64) wxdraw2d(
grid=true,
xaxis=true,
yaxis=true,
xrange=[-6,6],
yrange=[-4,4],
color="black",
key="y=h(x)",
explicit(h(x),x,-6,6),
color="grey",
key="y=f(x)",
explicit(f(x),x,-6,6),
key="y=g(x)",
explicit(g(x),x,-6,6)
);
```

(% t64)



(% o64)

La période de f est $\pi/2$, celle de g est de 2π.La fonction h n'est pas périodique

17 Exercice 17

La période d'une fonction définie par combinaison linéaire de fonctions périodiques est égaleà la première valeur commune quand on liste les multiples des périodes de chaque fonction ;Période de f : πPériode de g : $2\pi/3$

```
(% i65) makelist(k*%pi,k,1,5);
```

(% o65) $[\pi, 2\pi, 3\pi, 4\pi, 5\pi]$

(% i66) makelist(k*2*%pi/3,k, 1, 15);

(% o66) $$\left[\frac{2\pi}{3},\frac{4\pi}{3},2\pi,\frac{8\pi}{3},\frac{10\pi}{3},4\pi,\frac{14\pi}{3},\frac{16\pi}{3},6\pi,\frac{20\pi}{3},\frac{22\pi}{3},8\pi,\frac{26\pi}{3},\frac{28\pi}{3},10\pi\right]$$

La période est donc de 2π

(% i69) f(x) :=sin(2*x);g(x) :=sin(3*x);h(x) :=3*f(x)-g(x);

(% o67) $$\mathrm{f}(x):=\sin(2x)$$

(% o68) $$\mathrm{g}(x):=\sin(3x)$$

(% o69) $$\mathrm{h}(x):=3\,\mathrm{f}(x)-\mathrm{g}(x)$$

(% i72) h(x+2*%pi);

(% o72) $$3\sin(2(x+2\pi))-\sin(3(x+2\pi))$$

(% i73) trigsimp(%);

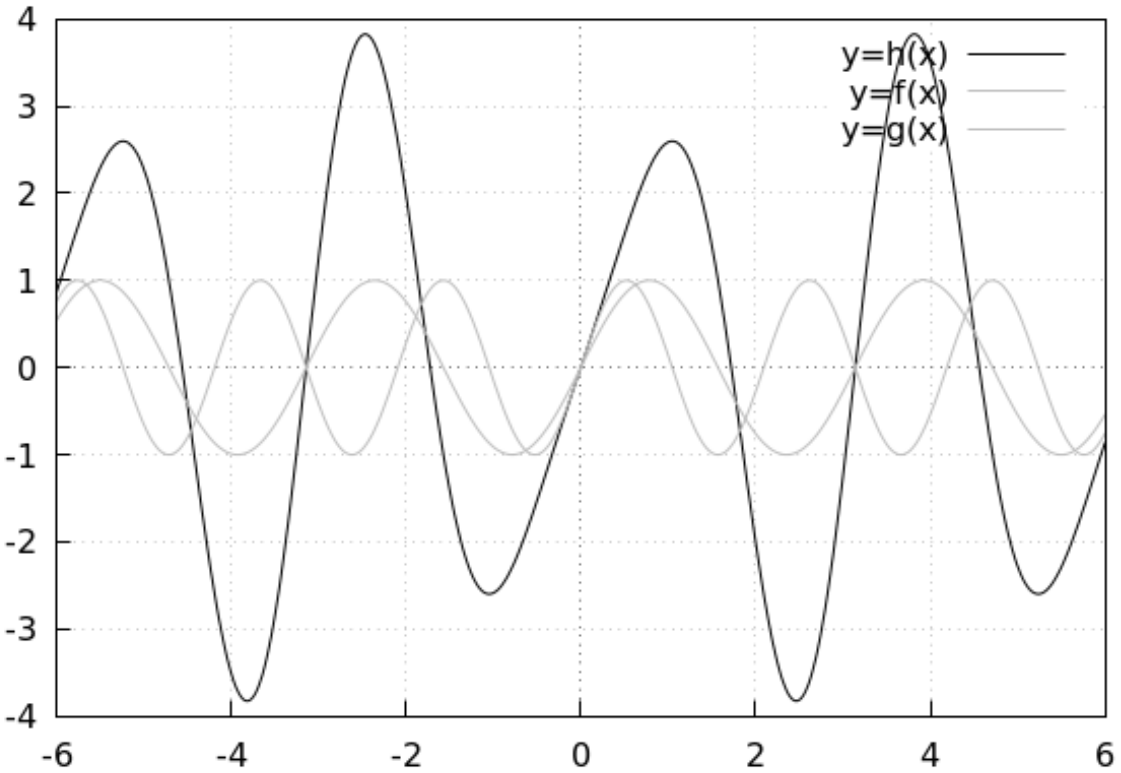
(% o73) $$3\sin(2x)-\sin(3x)$$

(% i74) h(x);

(% o74) $$3\sin(2x)-\sin(3x)$$

```
(% i75) wxdraw2d(
grid=true,
xaxis=true,
yaxis=true,
xrange=[-6,6],
yrange=[-4,4],
color="black",
key="y=h(x)",
explicit(h(x),x,-6,6),
color="grey",
key="y=f(x)",
explicit(f(x),x,-6,6),
key="y=g(x)",
explicit(g(x),x,-6,6)
);
```

(% t75)

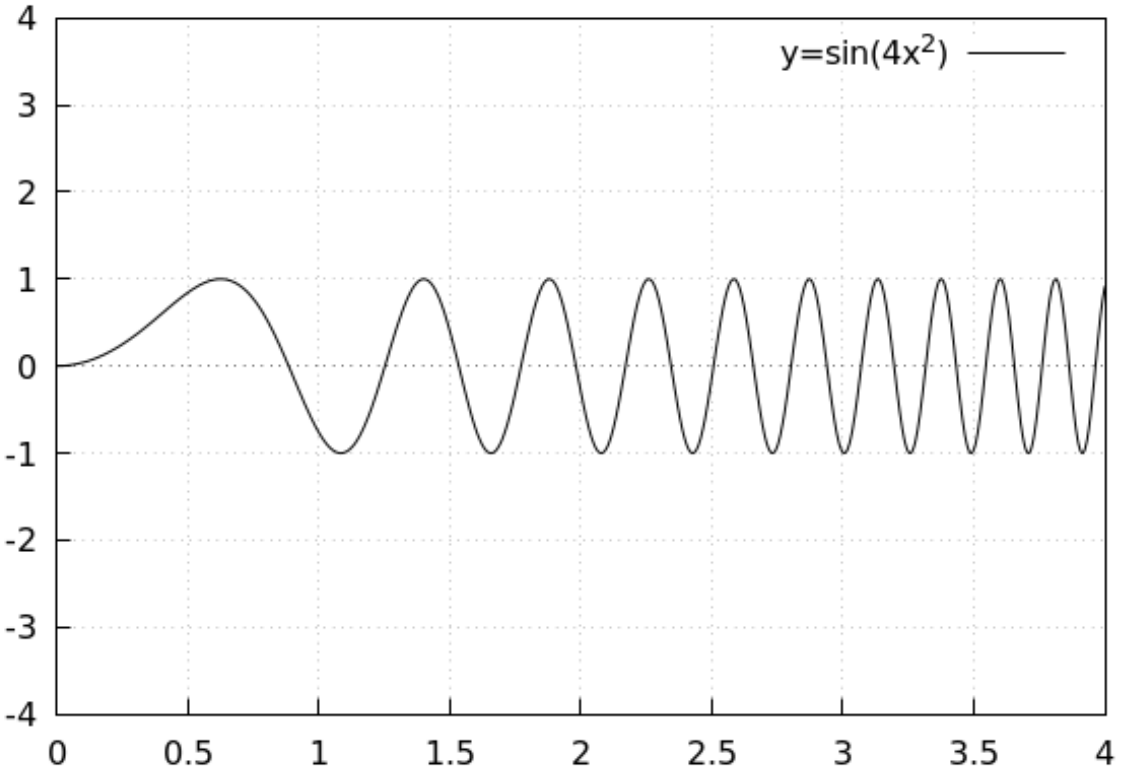


(% o75)

18 Exercice 18

(% i81)
```
wxdraw2d(
grid=true,
xaxis=true,
yaxis=true,
xrange=[0,4],
yrange=[-4,4],
color="black",
key="y=sin(4x^ 2)",
explicit(sin(4*x^ 2),x,-6,6)
);
```

(% t81)



(% o81)