wxMaxima pour l'Analyse Volume I

Auteur : Zachary Hannan, Solano Community College

Exercices du Chapitre 4 et leur corrigé

Présentation

Le manuel wxMaxima for Calculus Volume I, dont l'auteur est Zachary Hannan, propose l'étude de nombreux domaines de l'analyse à l'aide du logiciel Maxima et de son interface graphique wxMaxima. A l'occasion de la traduction française de ce manuel, la correction des exercices de chaque chapitre est proposée. Ce document reprend les exercices du manuel et leur correction à l'aide de wxMaxima.

La dernière version de ce document, ainsi que les fichiers source pour wxMaxima, sont téléchargeables sur le site https://maxima-french-doc.fr/, à la rubrique Documentation.

Enoncé des exercices

1. Définissez $f(x) = \sin x - x^2$. À la manière de l'exemple 4.1.1, tracez $f'(x)$ et trouvez les domaines de croissance/décroissance et les extrema locaux de $f(x)$. Produisez un graphique en couleur de $f(x)$ montrant les domaines de croissance, de décroissance et les extrema locaux.
2. Définissez $f(x) = \ln x + e^x$ sur $]0, +\infty[$. Trouvez les domaines où la fonction est concave ou convexe et réalisez un tracé coloré de $f(x)$ en marquant clairement le point d'inflexion.
3. Définissez $f(x) = x^3$. Trouvez la seule valeur critique pour $f(x)$. Décrivez ce qui se passe au point critique — quel est le nom de cette particularité ?
4. Considérons le "dôme central" de $f(x) = \cos x$ sur l'intervalle $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$. Nous pouvons définir un triangle isocèle sur cet intervalle avec un sommet à l'origine et deux sommets sur le graphe de $f(x)$. Réaliser un tracé de deux tels triangles avec $f(x)$: l'un très court et large, et l'autre très haut et étroit. Pour tracer un triangle, on peut utiliser `polygon([[sommet1], [sommet2], [sommet3]])`. Enfin, trouver l'aire maximale pour un tel triangle "inscrit".
5. Utilisez la méthode de Newton pour trouver la racine de $f(x) = \sin x$ sur $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$. Configurez une boucle do comme dans l'exemple 4.4.2. Essayez $x = \frac{\pi}{2}$ comme première estimation. Que se passe-t-il ? Pourquoi ? Maintenant, essayez une meilleure estimation (quelque chose de plus proche de la racine réelle que vous cherchez). Effectuez suffisamment d'itérations pour trouver la racine à 5 décimales près.
6. La règle de l'Hôpital est une règle de limite qui peut être appliquée dans le cas où $\lim \frac{f(x)}{g(x)}$ donne une forme indéterminée $\frac{0}{0}$ ou $\pm\frac{\infty}{\infty}$. À condition que les dérivées existent, $\lim \frac{f(x)}{g(x)} = \lim \frac{f'(x)}{g'(x)}$. Parfois, des applications répétées de la règle de l'Hôpital sont nécessaires, et d'autres fois la règle ne donne rien d'utile.

   Pour les limites suivantes :

   i. $\lim_{x\to\infty} \frac{x^3 \cdot e^x}{x^2 \cdot \ln x}$ ii. $\lim_{x\to 0} \frac{\sin^2 x}{x^2}$

   (a) Montrer que ces limites sont des formes indéterminées.
   (b) Appliquer la règle de l'Hôpital (éventuellement plus d'une fois) en calculant les dérivées nécessaires, jusqu'à obtenir une limite « évidente ».
   (c) Vérifier la réponse directement en utilisant `limit` sur l'expression originale.
7. En dimension 1, la *position* est donnée par la coordonnée x d'une particule. Comme explicité dans les exercices du Module 3, nous pouvons représenter la position sur l'axe vertical et le temps sur l'axe horizontal pour montrer la position en fonction du temps, $x(t)$. La dérivée première de la fonction de

position nous donne la vitesse instantanée : $v(t) = x'(t)$ (le taux de changement de la position), et la dérivée seconde nous donne l'accélération instantanée $a(t) = v'(t) = x''(t)$ (le taux de changement de la vitesse). Nos unités par défaut pour la position sont les mètres (m), et nos unités par défaut pour le temps sont les secondes (s). Les unités de la vitesse sont alors $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ et les unités de l'accélération sont m/s/s ou $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

Définissez la fonction position $x(t) = -2t^2 + 12t + 12$ sur $[0, 5]$, et répondez aux questions suivantes :

(a) Représenter graphiquement en couleur avec des étiquettes les fonctions $x(t)$, $v(t)$ et $a(t)$ sur $[0, 5]$.

(b) Identifier les intervalles sur lesquels $x(t)$ est croissant/décroissant. Que signifient ces intervalles pour $v(t)$?

(c) Identifier les intervalles sur lesquels $v(t)$ est croissant/décroissant. Que signifient ces intervalles pour $a(t)$?

8. Trouvez et tracez une fonction de position quadratique pour une particule qui se déplace dans la direction négative et accélère. Tracez cette fonction avec $v(t)$ et $a(t)$.

9. Lorsqu'un projectile atterrit à la même hauteur d'où il a été lancé, la portée (distance horizontale du vol) est donnée par la formule $R = \frac{{v_0}^2 \sin 2\theta}{g}$, où v_0 est la vitesse de lancement, θ est l'angle de lancement et g est l'accélération de la gravité. Trouvez l'angle de lancement qui maximise la portée (en considérant v_0 et g comme des constantes). Indice : vous devez déclarer les constantes à wxMaxima avec `declare(v_0,constant)` et `declare(g,constant)` avant de différencier.

10. Le potentiel de Lennard-Jones décrit l'énergie potentielle électrique entre deux atomes sous la forme $V(r) = \frac{A}{r^{12}} - \frac{B}{r^6}$, où A et B dépendent des atomes particuliers, et r est la distance de séparation. Lorsque deux atomes sont combinés dans une molécule diatomique, ils restent très proches de l'énergie potentielle minimale, donc on peut dire que la "longueur" de la molécule se trouve au minimum de $V(r)$. De plus, la *force* électrique entre les atomes est donnée par $F(r) = -\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}r}$.

    (a) Utilisez wxMaxima pour trouver la longueur d'une molécule diatomique en fonction de A et B. Indices : avant d'utiliser A et B comme constantes, vous devez les déclarer à wxMaxima en utilisant `declare(A,constant)` et de même pour B. De plus, lorsque vous résolvez votre équation, vous devrez sélectionner uniquement la solution réelle positive de votre liste, puisque r représente une distance de séparation. Vous pouvez extraire cette solution pour une utilisation ultérieure en utilisant `R:rhs(%[N])` où N est le numéro de la solution dans la liste (`rhs` sélectionne uniquement le côté droit d'une équation).

    (b) Trouvez la force entre les atomes à la distance de séparation trouvée dans la partie (a). Continuez à simplifier jusqu'à obtenir la réponse attendue. La fonction `ratsimp` sera utile.

11. Les données sont recueillies par un capteur de position toutes les 0,05 secondes, ce qui donne les paires ordonnées suivantes :

```
t(s)......x(m)
.00        .12
.05        .17
.10        .21
.15        .24
.20        .22
.25        .23
.30        .23
.35        .21
.40        .18
.45        .14
.50        .09
.55        .02
.60       -.05
.65       -.14
```

```
.70       -.25
.75       -.38
.80       -.55
```

Créez une liste (`T`) de toutes les coordonnées t et une liste (`X`) de toutes les coordonnées x. Ensuite, utilisez `makelist` pour créer une liste de paires ordonnées (t, x). Utilisez `makelist` pour calculer la vitesse moyenne en $t = 0.025, 0.075, \ldots$ en utilisant la pente de chaque segment de droite reliant les points consécutifs de position-temps, puis créez une liste de paires ordonnées (t, v). Enfin, utilisez `makelist` pour calculer l'accélération moyenne en $t = 0.05, 0.10, \ldots$, et créez une liste de paires ordonnées (t, a). Faites un graphique codé en couleur de $x(t)$, $v(t)$ et $a(t)$.

Note : les laboratoires de physique utilisent fréquemment des capteurs de position qui sont utilisés de cette manière pour créer des graphiques de vitesse et d'accélération !

Corrigé des exercices

WX MAXIMA POUR L' ANALYSE , VOLUME I CORRECTION DES EXERCICES DU CHAPITRE 4 FICHIER : CORRECTION-CHAPITRE4. WXMX

1 Exercice1

(%i1)
```
f(x):=sin(x)−x^2;
```

$$f(x) := \sin(x) - x^2 \tag{\%o1}$$

(%i2)
```
define(fprime(x),diff(f(x),x));
```

$$fprime(x) := \cos(x) - 2x \tag{\%o2}$$

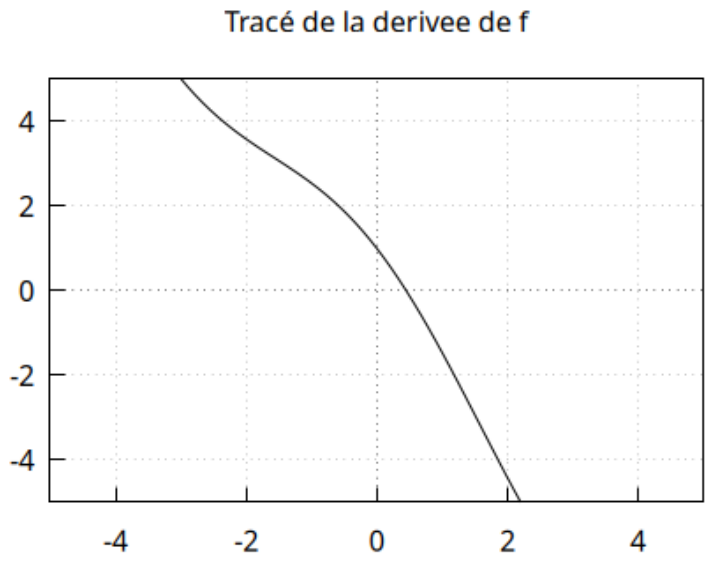
(%i3)
```
solve(fprime(x)=0,x);
```

$$\left[x = \frac{\cos(x)}{2}\right] \tag{\%o3}$$

On ne peut trouver directement les valeurs qui annulent f'(x).
Passons à l'approche graphique

(%i4)
```
wxdraw2d(
title="Tracé de la derivee de f",
grid=true,
xaxis=true,
yaxis=true,
xrange=[−5,5],
yrange=[−5,5],
color=black,
line_width=1,
key="",
explicit(fprime(x),x,−5,5)
)
;
```

(%t4)



(%o4)

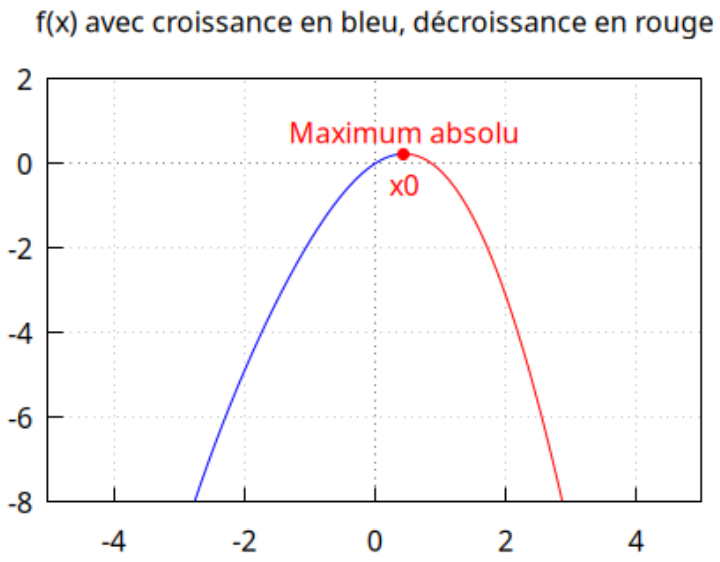
(%i5) x0:find_root(fprime(x)=0, x, 0, 4);

$$0.4501836112948736 \qquad ()$$

f'(x)>0 pour x<x0 donc f y est croissante et f'(x)< pour x>x0 donc f y est décroissante
On a un maximum local en x0.

(%i6)
```
wxdraw2d(
grid=true,
xaxis=true,
yaxis=true,
xrange=[−5,5],
yrange=[−8,2],
title="f(x) avec croissance en bleu, décroissance en rouge",
color=blue,
explicit(f(x),x,−5,x0),
color=red,
explicit(f(x),x,x0,5),
  point_type=7,
points([[x0,f(x0)]]),
  label(["Maximum absolu",x0,f(x0)+0.5],["x0",x0,−0.5])
);
```

(%t6)



(%o6)

2 Exercice 2

(%i7) kill(all);

$$\text{done} \tag{\%o0}$$

(%i1) f(x):=log(x)+exp(x);

$$f(x) := \log(x) + exp(x) \tag{\%o1}$$

(%i2) define(fprime(x),diff(f(x),x));

$$fprime(x) := \%e^x + \frac{1}{x} \tag{\%o2}$$

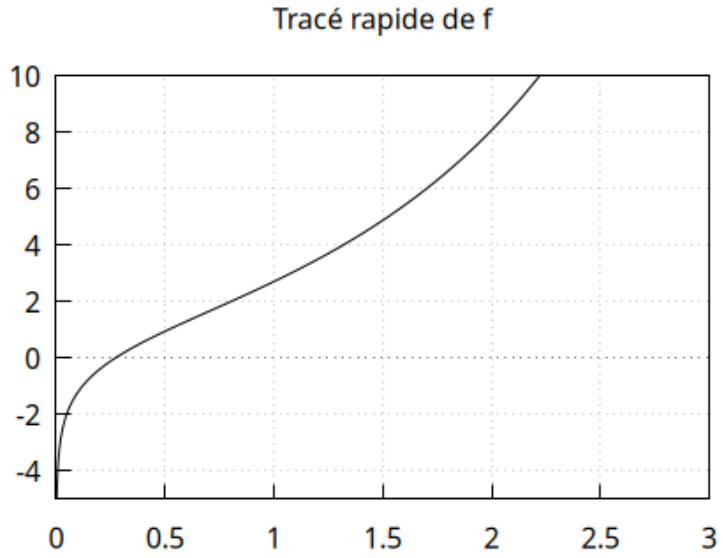
(%i3) define(fseconde(x),diff(f(x),x,2));

$$fseconde(x) := \%e^x - \frac{1}{x^2} \tag{\%o3}$$

(%i4)
```
wxdraw2d(
title="Tracé rapide de f",
grid=true,
xaxis=true,
yaxis=true,
xrange=[0,3],
yrange=[−5,10],
color=black,
line_width=1,
key="",
explicit(log(x)+exp(x),x,0,3)
)
;
```

$$log : encounteredlog(0).$$

(%t4)



(%o4)

Un changement de concavité apparait entre 0.5 et 2. Résolvons f''(x)=0
Nous utilisons des valeurs approchées car cette équation ne peut se résoudre formellement.

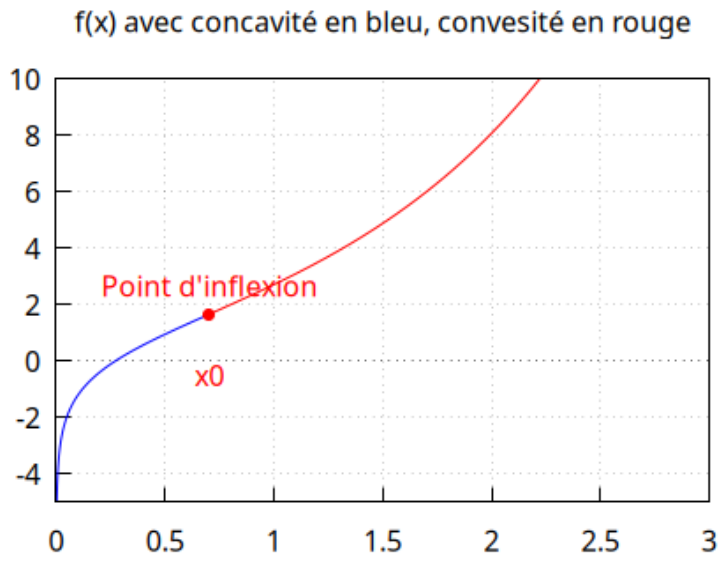
```
(%i5) x0:find_root(fseconde(x)=0, x, 0.5, 2.5);
```

$$0.7034674224983917 \qquad ()$$

```
(%i6) wxdraw2d(
      grid=true,
      xaxis=true,
      yaxis=true,
      xrange=[0,3],
      yrange=[−5,10],
      title="f(x) avec concavité en bleu, convesité en rouge",
      color=blue,
      explicit(f(x),x,0,x0),
      color=red,
      explicit(f(x),x,x0,3),
        point_type=7,
      points([[x0,f(x0)]]),
        label(["Point d'inflexion",x0,f(x0)+1],["x0",x0,−0.5])
      );
```

$$log : encounteredlog(0).$$

(%t6)



(%o6)

3 Exercice 3

(%i7) kill(all);

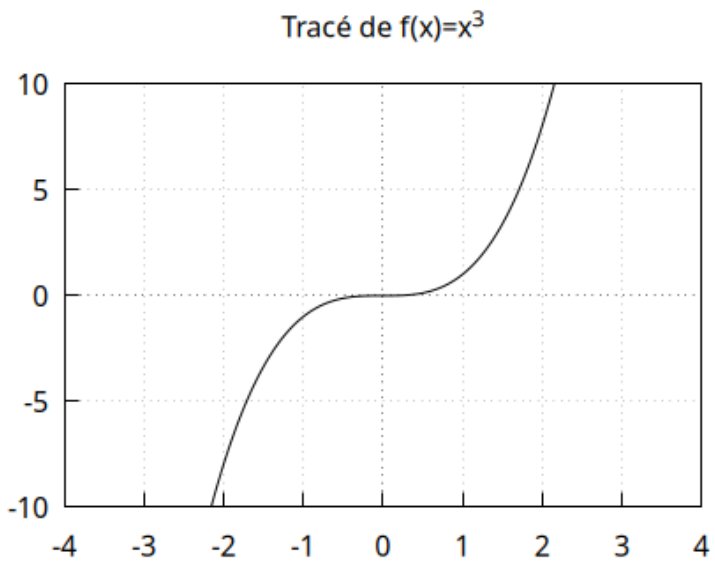
done (%o0)

(%i1) f(x):=x^3;

$$f(x) := x^3$$ (%o1)

(%i2)
```
wxdraw2d(
title="Tracé de f(x)=x^3",
grid=true,
xaxis=true,
yaxis=true,
xrange=[−4,4],
yrange=[−10,10],
color=black,
line_width=1,
key="",
explicit(f(x),x,−4,4)
)
;
```

(%t2)



(%o2)

(%i3) diff(f(x),x);

$$3x^2 \tag{\%o3}$$

(%i4) diff(f(x),x,2);

$$6x \tag{\%o4}$$

(%i5) solve(diff(f(x),x)=0,x);

$$[x=0] \tag{\%o5}$$

Il y a donc un point critique en 0. La dérivée première est positive, donc f croissante
Il n'y a donc pas d'extremum local, mais un point critique en 0
La dérivée seconde change de signe en ce point, donc il s'agit d'un point d'inflexion.

4 Exercice 4

(%i6) kill(all);

$$\text{done} \tag{\%o0}$$

(%i1) f(x):=cos(x);

$$f(x):=\cos(x) \tag{\%o1}$$

```
(%i2) trigiso(x):=block(
        [prov],
      prov:polygon([ [0,0],[x,f(x)],[−x,f(−x)] ]),
        return(prov)
      );
```

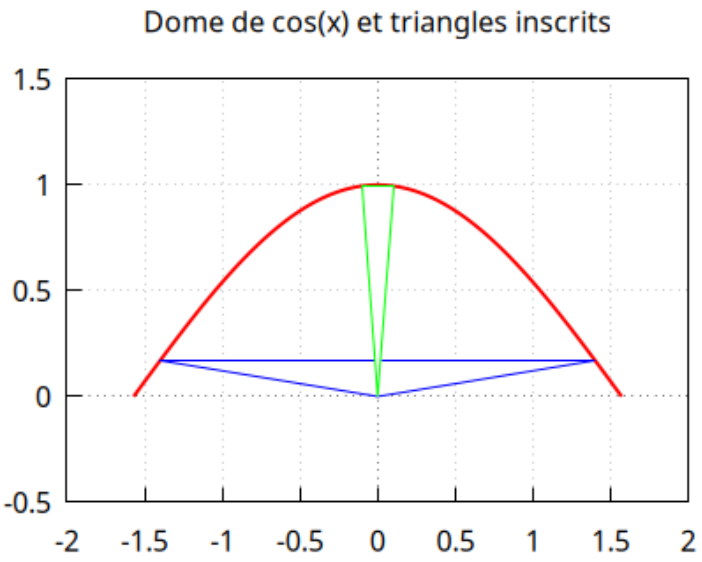
$$trigiso(x) := block\left([\mathrm{prov}], \mathrm{prov} : polygon\left([[0, 0], [x, f(x)], [-x, f(-x)]]\right), return\left(\mathrm{prov}\right)\right) \tag{\%o2}$$

(%i3) trigiso(1);

$$polygon\left([[0, 0], [1, \cos(1)], [-1, \cos(1)]]\right) \tag{\%o3}$$

(%i4)
```
wxdraw2d(
title="Dome de cos(x) et triangles inscrits",
grid=true,
xaxis=true,
yaxis=true,
xrange=[−2,2],
yrange=[−0.5,1.5],
color=red,
line_width=2,
key="",
explicit(cos(x),x,−%pi/2,%pi/2),
  color=blue,
  fill_color=white,
  line_width=1,
    trigiso(1.4),
  color=green,
  trigiso(0.1)
)
;
```

(%t4)



(%o4)

(%i5) Aire(x):=(2·abs(x))·f(x)/2;

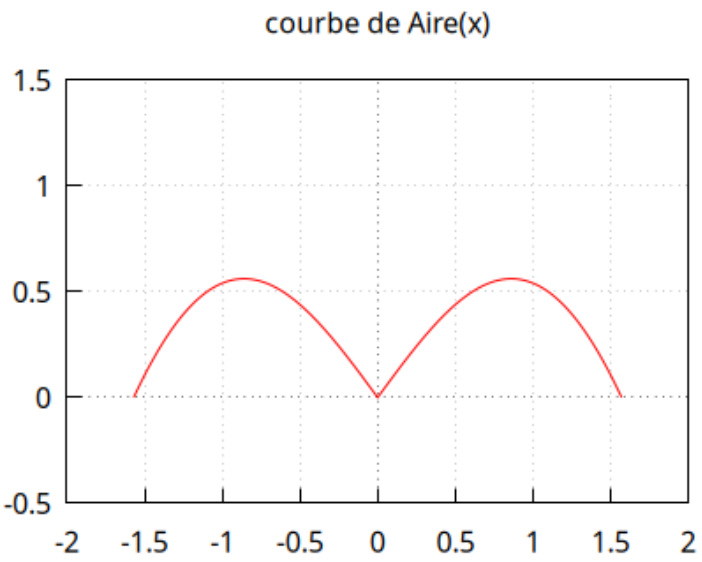
$$Aire(x) := \frac{2\,|x|\,f(x)}{2} \tag{\%o5}$$

(%i6) ratsimp(%);

$$Aire(x) := f(x)\,|x| \tag{\%o6}$$

(%i7)
```
wxdraw2d(
title="courbe de Aire(x)",
grid=true,
xaxis=true,
yaxis=true,
xrange=[−2,2],
yrange=[−0.5,1.5],
color=red,
line_width=1,
key="",
explicit(Aire(x),x,−%pi/2,%pi/2));
```

(%t7)



(%o7)

Par symétrie, on restreint x à l'intervalle [0,pi/2]. L'autre solution est l'opposé.

(%i8)
```
Airebis(x):=x·f(x);
```

$$Airebis(x) := x\, f(x) \tag{\%o8}$$

(%i9)
```
define(Airebisprime(x),diff(Airebis(x),x));
```

$$Airebisprime(x) := \cos(x) - x \sin(x) \tag{\%o9}$$

(%i10)
```
solve(Airebisprime(x)=0,x);
```

$$\left[x = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}\right] \tag{\%o10}$$

(%i11)
```
x0:find_root(Airebisprime(x)=0, x, 0, %pi/2);
```

$$0.8603335890193797 \tag{}$$

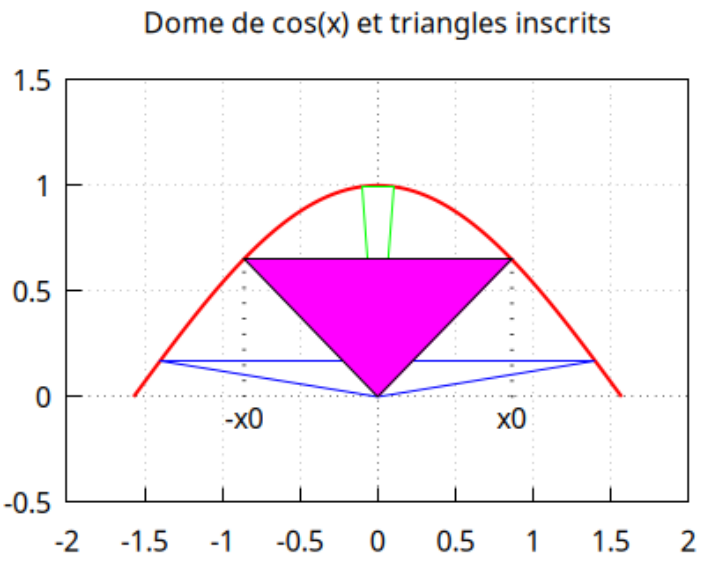
(%i12) Aire(x0);

$$0.5610963381910451 \tag{\%o12}$$

x0 et -x0 réalisent l'aire maximale des triangles inscrits, qui valent environ 0.56.
Représentons ce triangle d'aire maximale (couleur magenta)

```
(%i13) wxdraw2d(
       title="Dome de cos(x) et triangles inscrits",
       grid=true,
       xaxis=true,
       yaxis=true,
       xrange=[−2,2],
       yrange=[−0.5,1.5],
       color=red,
       line_width=2,
       key="",
       explicit(cos(x),x,−%pi/2,%pi/2),
         color=blue,
         fill_color=white,
         line_width=1,
           trigiso(1.4),
         color=green,
         trigiso(0.1),
         color=black,
         fill_color=magenta,
         trigiso(x0),
         line_width=2,
         line_type=dots,
         parametric(x0,t,t,0,f(x0)),
         label(["x0",x0,−0.1]),
         parametric(−x0,t,t,0,f(−x0)),
         label(["-x0",−x0,−0.1])
       )
       ;
```

(%t13)



(%o13)

5 Exercice 5

(%i14) kill(all);

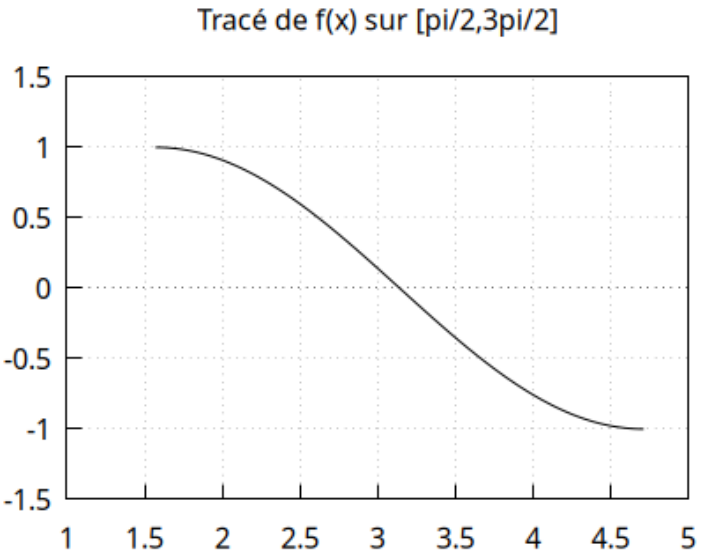
$$\text{done} \tag{\%o0}$$

(%i1) f(x):=sin(x);

$$f(x) := \sin(x) \tag{\%o1}$$

(%i2)
```
wxdraw2d(
title="Tracé de f(x) sur [pi/2,3pi/2]",
grid=true,
xaxis=true,
yaxis=true,
xrange=[1,5],
yrange=[−1.5,1.5],
color=black,
line_width=1,
key="",
explicit(f(x),x,%pi/2,3·%pi/2)
)
;
```

(%t2)



(%o2)

On définit une fonction pour l'algorithme de Newton, avec comme paramètres
1) l'abscisse de départ
2) le nombre d'itérations

(%i3)
```
algonewton(x0,nb):=block(
[X,Y,n],
  ratprint:false,
  f_prime:diff(f(x),x),
  Y:x0,
   for n:1 thru nb
```

```
        do(
          X:Y,
          f_prime:subst(X,x,f_prime),
          TANLINE:f_prime·(x−X)+f(X),
          X:ev(x,float(solve(TANLINE=0,x))),
          print("iteration",n,"racine=",Y),
          Y:X
      )
    );
```

$$algonewton\,(\mathrm{x0}\,,\mathrm{nb}) := \tag{\%o3}$$

(%i4) algonewton(%pi/2,5);

$$''iteration''1''racine =''\frac{\pi}{2}$$

$$solve : usingarc - trigfunctionstogetasolution.$$

$$Somesolutionswillbelost.$$

$$''iteration''2''racine =''x$$

$$''iteration''3''racine =''0.0$$

$$solve : usingarc - trigfunctionstogetasolution.\ Somesolutionswillbelost.$$

$$''iteration''4''racine =''x$$

$$''iteration''5''racine =''0.0$$

$$\mathrm{done} \tag{\%o4}$$

Traçons la tangente en pi/2 pour comprendre pourquoi l'algorithme renvoie toujours 0 :

(%i5) define(derivee(x),diff(f(x),x));

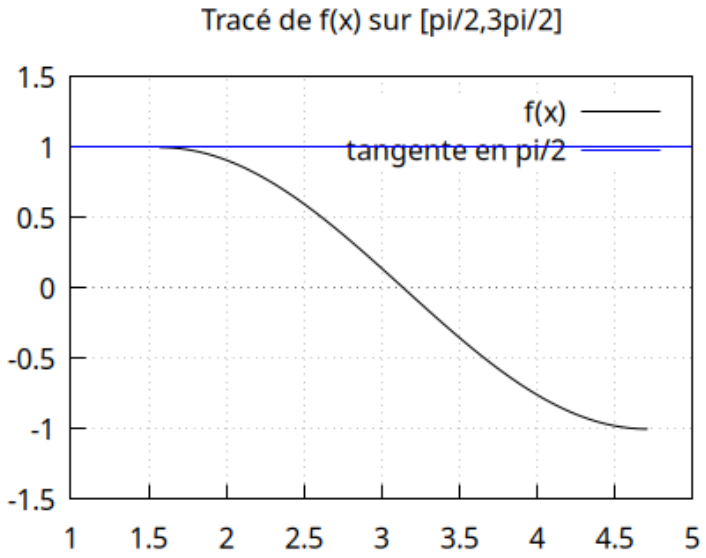
$$derivee(x) := \cos\,(x) \tag{\%o5}$$

(%i6) tangente(x):=derivee(%pi/2)·(x−%pi/2)+f(%pi/2);

$$tangente(x) := derivee\left(\frac{\pi}{2}\right)\left(x-\frac{\pi}{2}\right)+f\left(\frac{\pi}{2}\right) \tag{\%o6}$$

(%i7)
```
wxdraw2d(
title="Tracé de f(x) sur [pi/2,3pi/2]",
grid=true,
xaxis=true,
yaxis=true,
xrange=[1,5],
yrange=[−1.5,1.5],
color=black,
line_width=1,
key="f(x)",
  explicit(f(x),x,%pi/2,3·%pi/2),
  color="blue",
  key="tangente en pi/2",
  explicit(tangente(x),x,1,5)
);
```

(%t7)



(%o7)

La tangente en pi/2 ne coupe pas l'axe des abscisses et donc l'algorithme ne fonctionne pas

(%i8) algonewton(3,10);

$$//iteration//1//racine =//3$$
$$//iteration//2//racine =//3.142546543074278$$
$$//iteration//3//racine =//3.141583011185802$$
$$//iteration//4//racine =//3.14159275106163$$
$$//iteration//5//racine =//3.141592652604483$$
$$//iteration//6//racine =//3.141592653599754$$
$$//iteration//7//racine =//3.141592653589693$$
$$//iteration//8//racine =//3.141592653589797$$
$$//iteration//9//racine =//3.141592653589793$$
$$//iteration//10//racine =//3.141592653589793$$

$$\text{done} \qquad (\%o8)$$

A partir de la 5ème itération la précision demandée est atteinte.
Vérifions avec la fonction intégrée de Maxima

(%i9) find_root(f(x)=0, x, %pi/2, 3·%pi/2);

$$3.141592653589793 \qquad (\%o9)$$

6 Exercice 6

(%i10) n(x):=x^3·exp(x);

$$n(x) := x^3\, exp(x) \qquad (\%o10)$$

(%i11) d(x):=x^2·log(x);

$$d(x) := x^2 \log(x) \tag{\%o11}$$

(%i13) limit(n(x),x,inf);limit(d(x),x,inf);

$$\infty \tag{\%o12}$$

$$\infty \tag{\%o13}$$

(%i14) n1(x):=sin(x)^2;

$$n1(x) := \sin(x)^2 \tag{\%o14}$$

(%i15) d1(x):=x^2;

$$d1(x) := x^2 \tag{\%o15}$$

(%i17) limit(n1(x),x,0);limit(d1(x),x,0);

$$0 \tag{\%o16}$$

$$0 \tag{\%o17}$$

On a définit les fonctions correspondant aux numérateurs et dénominateurs des deux fonctions à étudier.
On vérifie à chaque fois en calculant les limites des numérateurs et dénominateurs qu'il s'agit de formes indéterminées

(%i19) limit(diff(n(x),x),x,inf);limit(diff(d(x),x),x,inf);

$$\infty \tag{\%o18}$$

$$\infty \tag{\%o19}$$

(%i21) limit(diff(n(x),x,2),x,inf);limit(diff(d(x),x,2),x,inf);

$$\infty \tag{\%o20}$$

$$\infty \tag{\%o21}$$

(%i23) limit(diff(n(x),x,3),x,inf);limit(diff(d(x),x,3),x,inf);

$$\infty \tag{\%o22}$$

$$0 \tag{\%o23}$$

nous avons levé l'indétermination et donc la limite est +inf

On vérifie

(%i24) limit(n(x)/d(x),x,inf);

$$\infty \tag{\%o24}$$

(%i26) limit(diff(n1(x),x),x,0);limit(diff(d1(x),x),x,0);

$$0 \tag{\%o25}$$

$$0 \tag{\%o26}$$

(%i28) limit(diff(n1(x),x,2),x,0);limit(diff(d1(x),x,2),x,0);

$$2 \tag{\%o27}$$

$$2 \tag{\%o28}$$

la limite est donc 2/2 soit 1. Vérification :

(%i29) limit(n1(x)/d1(x),x,0);

$$1 \tag{\%o29}$$

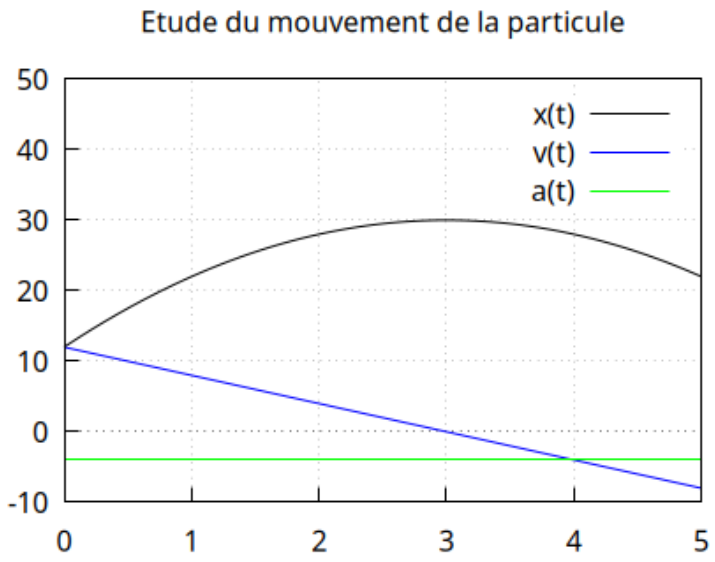
7 Exercice 7

(%i30) x(t):=−2·t^2+12·t+12;

$$x(t) := -2t^2 + 12t + 12 \tag{\%o30}$$

(%i31)
```
wxdraw2d(
title="Etude du mouvement de la particule",
grid=true,
xaxis=true,
yaxis=true,
xrange=[0,5],
yrange=[−10,50],
color=black,
line_width=1,
key="x(t)",
explicit(x(t),t,0,5),
  color=blue,
  key="v(t)",
  explicit(diff(x(t),t),t,0,5),
  color=green,
  key="a(t)",
  explicit(diff(x(t),t,2),t,0,5)
)
;
```

(%t31)



(%o31)

(%i32) solve(diff(x(t),t)=0,t);

$$[t=3] \tag{\%o32}$$

x(t) est donc croissant sur [0,3] et décroissant sur [3,5].
La particule s'éloigne puis revient vers son point de départ.
La vitesse est positive sur [0,3] et négative sur [3,5].
v(t) est toujours décroissant, et l'accélération est constante et négative.

8 Exercice 8 x(t)=−t2−2t+10x(t)=−t2−2t+10

(%i33) kill(all);

$$\text{done} \tag{\%o0}$$

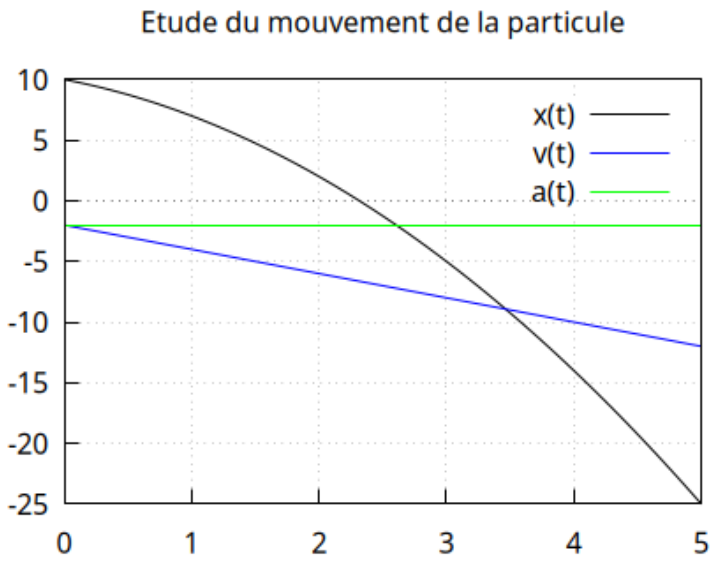
(%i1) x(t):=−t^2−2·t+10;

$$x(t) := -t^2 - 2t + 10 \tag{\%o1}$$

```
(%i2) wxdraw2d(
      title="Etude du mouvement de la particule",
      grid=true,
      xaxis=true,
      yaxis=true,
      xrange=[0,5],
      yrange=[−25,10],
      color=black,
      line_width=1,
      key="x(t)",
      explicit(x(t),t,0,5),
        color=blue,
        key="v(t)",
        explicit(diff(x(t),t),t,0,5),
        color=green,
        key="a(t)",
        explicit(diff(x(t),t,2),t,0,5)
```

```
)
;
```

(%t2)



(%o2)

9 Exercice 9

(%i3) kill(all);

$$\text{done} \tag{\%o0}$$

(%i1) R(θ):=v0^2·sin(2·θ)/g;

$$R(\theta) := \frac{\mathrm{v0}^2 \sin(2\theta)}{g} \tag{\%o1}$$

(%i2) diff(R(θ),θ);

$$\frac{2\mathrm{v0}^2 \cos(2\theta)}{g} \tag{\%o2}$$

(%i3) solve(diff(R(θ),θ)=0,θ);

$$solve : usingarc - trigfunctionstogetasolution.$$

$$Somesolutionswillbelost.$$

$$\left[\theta = \frac{\pi}{4}\right] \tag{\%o3}$$

Il existe donc un extremum en Π/4, qui correspond à un maximum
car il correspond à un maximum de sin(2θ) qui est donc maximal pour cette valeur.

10 Exercice 10

(%i4) V(r):=A/r^12−B/r^6;

$$V(r) := \frac{A}{r^{12}} - \frac{B}{r^6} \tag{\%o4}$$

(%i5) declare(A,constant);

$$\text{done} \tag{\%o5}$$

(%i6) declare(B,constant);

$$\text{done} \tag{\%o6}$$

(%i7) define(Vprime(r),diff(V(r),r));

$$Vprime(r) := \frac{6B}{r^7} - \frac{12A}{r^{13}} \tag{\%o7}$$

(%i8) solutions:solve(Vprime(r)=0,r),real_only = true;

$$\text{(olution)}$$

(%i9) reponse:rhs(solutions[6]);

$$2^{\frac{1}{6}} \left(\frac{A}{B}\right)^{\frac{1}{6}} \tag{epons}$$

(%i10) V(reponse);

$$-\left(\frac{B^2}{4A}\right) \tag{\%o10}$$

On obtient donc la valeur du minimum de V en fonction de A et B qui représente la longueur de la molécule.

(%i11) F(r):=−Vprime(r);

$$F(r) := -Vprime(r) \tag{\%o11}$$

(%i12) force:F(reponse);

$$\frac{3A}{2^{\frac{1}{6}} \left(\frac{A}{B}\right)^{\frac{13}{6}}} - \frac{3B}{2^{\frac{1}{6}} \left(\frac{A}{B}\right)^{\frac{7}{6}}} \tag{orc}$$

(%i13) force;

$$\frac{3A}{2^{\frac{1}{6}}\left(\frac{A}{B}\right)^{\frac{13}{6}}}-\frac{3B}{2^{\frac{1}{6}}\left(\frac{A}{B}\right)^{\frac{7}{6}}} \tag{\%o13}$$

(%i14) ratsimp(force);

$$0 \tag{\%o14}$$

A la distance de séparation, la force est nulle donc les atomes sont en équilibre.

11 Exercice 11

(%i15) kill(all);

$$\text{done} \tag{\%o0}$$

(%i1) T : makelist(i/20.0, i, 0, 16);

$$[0.0\,,0.05\,,0.1\,,0.15\,,0.2\,,0.25\,,0.3\,,0.35\,,0.4\,,0.45\,,0.5\,,0.55\,,0.6\,,0.65\,,0.7\,,0.75\,,0.8] \tag{()}$$

(%i2) X : [0.12, 0.17, 0.21, 0.24, 0.22, 0.23, 0.23, 0.21, 0.18, 0.14, 0.09, 0.02, −0.05, −0.14, −0.25, −0.38, −0.55];

$$[0.12\,,0.17\,,0.21\,,0.24\,,0.22\,,0.23\,,0.23\,,0.21\,,0.18\,,0.14\,,0.09\,,0.02\,,-0.05\,,-0.14\,,-0.25\,,-0.38\,,-0.55] \tag{()}$$

(%i3) listepaires:makelist([T[i],X[i]],i,1,length(T));

$$(\text{istepaire}) \tag{}$$

(%i4) Tpente:makelist(i/20.0+1/40,i,0,15);

$$(\text{pent}) \tag{}$$

(%i5) pente(k):=(listepaires[k+1][2]−listepaires[k][2])/(listepaires[k+1][1]−listepaires[k][1]);

$$pente(k):=\frac{[\text{listepaires}\,,\text{array}]_2-[\text{listepaires}\,,\text{array}]_2}{[\text{listepaires}\,,\text{array}]_1-[\text{listepaires}\,,\text{array}]_1} \tag{\%o5}$$

(%i6) makelist(pente(k),k,1,16);

$$(\%o6) \tag{}$$

(%i7) listepairesvm:makelist([Tpente[i],pente(i)],i,1,16);

$$(\text{istepairesv}) \tag{}$$

(%i8) acceleration(k):=(listepairesvm[k+1][2]−listepairesvm[k][2])/(listepairesvm[k+1][1]−listepairesvm[k][1]);

$$acceleration(k):=\frac{[\text{listepairesvm}\,,\text{array}]_2-[\text{listepairesvm}\,,\text{array}]_2}{[\text{listepairesvm}\,,\text{array}]_1-[\text{listepairesvm}\,,\text{array}]_1} \tag{\%o8}$$

(%i9) acceleration(3);

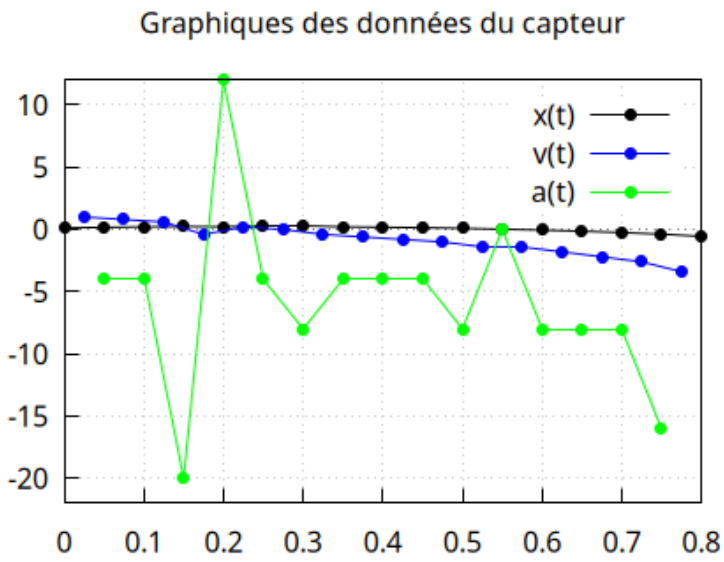
$$-20.0 \tag{\%o9}$$

(%i10) listepairesacc:makelist([T[i+1],acceleration(i)],i,1,15);

(istepairesac)

(%i11)
```
wxdraw2d(
title="Graphiques des données du capteur",
grid=true,
xaxis=true,
yaxis=true,
xrange=[0,0.8],
yrange=[−22,12],
color=black,
point_type=7,
key="x(t)",
  points_joined = true,
points(listepaires),
  line_width=1,
  key=" x(t)",
  color=blue,
  key="v(t)",
  points(listepairesvm),
  color=green,
  key="a(t)",
  points(listepairesacc)
 )
;
```

(%t11)



(%o11)

Created with wxMaxima.
The source of this Maxima session can be downloaded here.