wxMaxima pour l'Analyse Volume I

Auteur : Zachary Hannan, Solano Community College

Exercices du Chapitre 6 et leur corrigé

Présentation

Le manuel wxMaxima for Calculus Volume I, dont l'auteur est Zachary Hannan, propose l'étude de nombreux domaines de l'analyse à l'aide du logiciel Maxima et de son interface graphique wxMaxima. A l'occasion de la traduction française de ce manuel, la correction des exercices de chaque chapitre est proposée. Ce document reprend les exercices du manuel et leur correction à l'aide de wxMaxima.

La dernière version de ce document, ainsi que les fichiers source pour wxMaxima, sont téléchargeables sur le site https://maxima-french-doc.fr/, à la rubrique Documentation.

Enoncé des exercices

1. Trouvez des primitives des deux fonctions suivantes en utilisant la méthode d'essai-erreur. Vérifiez vos propositions avec `diff` et affinez-les jusqu'à obtenir une primitive correcte.

   a. $f(x) = A\cos\frac{n\pi x}{L}$ (A, n, L constantes) b. $f(x) = xe^{-x^2}$
2. Devinez l'expression d'une primitive de la fonction $f(x) = \sin(2x)$ puis vérifier la réponse. Utilisez-la ensuite pour générer une famille de vingt primitives en faisant varier la constante additive. Tracez ensuite le graphique de $f(x)$ avec les primitives définies précédemment.
3. Pour l'exercice précédent, trouvez la primitive passant par le point $(-2, 3)$. Tracez le graphique de cette primitive particulière en montrant qu'elle passe par le point donné.
4. Utilisez `diff` pour montrer que $A(x) = \displaystyle\int_c^x f(t)\,\mathrm{d}t$ est une primitive de $f(x)$.
5. Utilisez une différence de fonctions d'aire avec comme point de départ $c = -1$ pour calculer l'aire délimitée par $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ sur l'intervalle $[0, 1]$. Vérifiez votre réponse directement en utilisant la commande `integrate`. Tracez la courbe représentative de $f(x)$ et colorez l'aire que vous avez calculée.
6. Vérifiez la réponse de l'exemple 6.3.4 en utilisant `diff` au lieu de `integrate`. Que se passe-t-il ? Transformez la sortie de wxMaxima pour obtenir $\sin^2 x$ en utilisant `trigexpand` afin d'éliminer l'« angle double », puis utilisez `subst` pour imposer l'identité Pythagoricienne $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$.
7. Avec la pratique, le changement de variable "u" est généralement considéré comme "évident" et peut-être réalisé mentalement – nous regardons simplement l'intégrale comme une fonction de u à côté de la différentielle de u. Cependant, il existe encore des cas où un changement de variable plus formalisé est nécessaire. Utilisez le changement de variable explicite $u = \sqrt{2x-1}$ pour calculer $\displaystyle\int 3x\sqrt{2x-1}\,\mathrm{d}x$ à la manière des exemples 6.3.5 et 6.3.6. Vérifiez votre réponse directement avec `integrate`.
8. Lorsqu'on transforme une intégrale *définie* de x en u, il n'est pas nécessaire de revenir à x – on peut simplement transformer les bornes d'intégration en fonction de u et évaluer une primitive sur $[u_1, u_2]$: $\displaystyle\int_{x_1}^{x_2} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_{u_1}^{u_2} g(u)\,\mathrm{d}u = G(u_2) - G(u_1)$ (pour trouver u_1, on remplace x_1 dans la définition de u utilisée pour la transformation, et de même pour u_2). Utilisez la substitution $u = \cos 2x$ pour calculer $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin(2x)\cos^5(2x)\,\mathrm{d}x$. Transformez les bornes en fonction de u plutôt que d'exprimer la primitive en fonction de x. Vérifiez votre réponse avec `integrate`.

9. Rappelons que la position, la vitesse et l'accélération sont liées par $v(t) = x'(t)$ et $a(t) = v'(t) = x''(t)$. À partir d'une fonction d'accélération, il est possible de déterminer un ensemble d'équations décrivant la position et la vitesse d'un objet à tout instant futur (ces équations sont appelées les *équations du mouvement*).

   Trouvez les équations du mouvement pour un objet soumis à une accélération constante, a. Commencez par calculer une primitive de a (en incluant une constante arbitraire) pour obtenir $v(t)$. Ensuite, évaluez $v(t)$ en $t = 0$ afin de déterminer la valeur de la constante arbitraire. Notez que la notation standard pour $v(0)$ est v_0, considérée ici comme une constante donnée. Répétez le processus pour obtenir une équation pour $x(t)$ en fonction de x_0, v_0, a et t.

10. Trouvez les équations du mouvement pour un objet avec $a(t) = x^3 e^{-0.5x}$. Supposons que $v(0) = 0$ et $x(0) = 0$; c'est-à-dire que la position et la vitesse initiales sont toutes deux nulles.

11. La position d'un objet est la primitive de la fonction vitesse, $v(t) = x'(t)$, donc le changement de position d'un objet (le *déplacement*) est calculé par $\int_{t_1}^{t_2} v(t)\,\mathrm{d}t = x(t_2) - x(t_1)$. Les déplacements sont positifs lorsque $v > 0$ et négatifs lorsque $v < 0$. Si l'on souhaite mesurer la *distance totale parcourue*, on peut le faire en comptant tous les déplacements négatifs comme positifs. On prend la valeur absolue de $v(t)$ dans l'intégrale :

$$DISTANCE = \int_{t_1}^{t_2} |v(t)|\,\mathrm{d}t$$

   Un oscillateur avec une amplitude décroissante pourrait avoir sa hauteur donnée par l'équation $h(t) = 0{,}15e^{-0{,}2t}\cos(4{,}45 \cdot t)$ où la hauteur est mesurée en mètres (m) et le temps en secondes (s). Tracez la courbe de $h(t)$, puis calculez la distance totale parcourue par l'oscillateur avant qu'il ne se "stabilise" autour de zéro. Notez que wxMaxima ne peut pas gérer les intégrales impliquant des valeurs absolues, mais vous pouvez utiliser une boucle `do` pour arriver à trouver une suite de distances sur des intervalles de temps plus grands jusqu'à ce que la réponse se stabilise à au moins quelques décimales. Vous devrez calculer de nombreuses intégrales en divisant l'intervalle d'intégration en sous intervalles sur lesquels l'intégrande est positive et en sous intervalles sur lesquels l'intégrande est négative.

12. *La puissance* est le taux de variation de l'énergie par rapport au temps. Par exemple, si la puissance délivrée par une ampoule est de 100 Watts, cela signifie que 100 Joules d'énergie sont transférés par seconde. La puissance est relevée chaque heure au tableau électrique pendant 12 heures, et on obtient les données suivantes :

Puissance (W)	Heure (hr)
535	6 : 00 am
940	7 : 00 am
1135	8 : 00 am
1050	9 : 00 am
720	10 : 00 am
400	11 : 00 am
410	12 : 00 pm
390	1 : 00 pm
410	2 : 00 pm
370	3 : 00 pm
405	4 : 00 pm
890	5 : 00 pm
1410	6 : 00 pm

   Comme la puissance est la dérivée par rapport au temps de l'énergie, on peut écrire $P(t) = E'(t)$. L'intégrale

$$\int_{t_1}^{t_2} P(t)\,dt$$

peut être calculée théoriquement en trouvant unh primitive de $P(t)$ et en l'évaluant aux bornes de l'intervalle de temps :

$$\int_{t_1}^{t_2} P(t)\,dt = E(t_2) - E(t_1)$$

Autrement dit, l'intégrale donne la variation totale de l'énergie sur l'intervalle considéré.

Utiliser une approximation trapézoïdale pour trouver la consommation totale d'énergie sur cette période de douze heures, puis calculer la puissance moyenne consommée.

13. Soit $f(x) = \sin x$. Considérons une "fine tranche" rectangulaire près de $x = \frac{\pi}{2}$, c'est-à-dire sur l'intervalle $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} + h\right]$. Utilisez une boucle `for-do` pour calculer la différence en pourcentage entre l'*aire exacte* et l'approximation rectangulaire pour $h = \frac{1}{2^i}$, $i = 1, 2, \ldots$. Continuez jusqu'à ce que l'approximation soit suffisamment précise pour que l'erreur soit inférieure à $0{,}1\%$.

Corrigé des exercices

WX MAXIMA POUR L' ANALYSE , VOLUME I CORRECTION DES EXERCICES DU CHAPITRE 6 FICHIER : CORRECTION-CHAPITRE6.WXMX

1 Exercice1

(%i1) f(x):=A·cos(n·%pi·x/L);

$$f(x) := A\cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \tag{\%o1}$$

(%i2) essai1(x):=A·sin(n·%pi·x/L);

$$essai1(x) := A\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \tag{\%o2}$$

(%i3) diff(essai1(x),x);

$$\frac{\pi A n\cos\left(\frac{\pi_{nx}}{L}\right)}{L} \tag{\%o3}$$

On voit que le facteur à éliminer est Πn/L, d'où

(%i4) essai2(x):=(L·A/(n·%pi))·sin(n·%pi·x/L);

$$essai2(x) := \frac{LA}{n\pi}\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \tag{\%o4}$$

(%i5) diff(essai2(x),x);

$$A\cos\left(\frac{\pi n x}{L}\right) \tag{\%o5}$$

(%i6) g(x):=x·exp(−x^2);

$$g(x) := x\, exp\left(-x^2\right) \tag{\%o6}$$

(%i7) essaig1(x):=exp(−x^2);

$$essaig1(x) := exp\left(-x^2\right) \tag{\%o7}$$

(%i8) diff(essaig1(x),x);

$$-\left(2\%e^{-x^2}x\right) \tag{\%o8}$$

On élimine le facteur -2

(%i9) essaig2(x):=essaig1(x)/(−2);

$$essaig2(x) := \frac{essaig1(x)}{-2} \tag{\%o9}$$

(%i10) diff(essaig2(x),x);

$$\%e^{-x^2}x \tag{\%o10}$$

2 Exercice 2

(%i11) F(x):=−cos(2·x)/2;

$$F(x) := \frac{-\cos(2x)}{2} \tag{\%o11}$$

(%i12) diff(F(x),x);

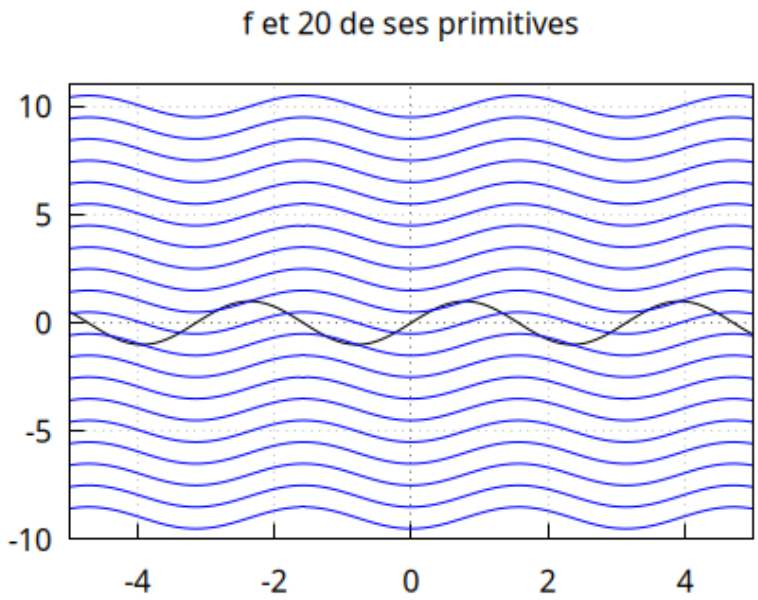
$$\sin(2x) \tag{\%o12}$$

(%i13) primitives:makelist(explicit(F(x)+k,x,−5,5),k,−9,10);

\texttt{%error (Config tells to suppress the output of long cells)}

(%i14)
```
wxdraw2d(
title="f et 20 de ses primitives",
grid=true,
xaxis=true,
yaxis=true,
xrange=[−5,5],
yrange=[−10,11],
color=black,
line_width=1,
key="",
explicit(sin(2·x),x,−5,5),
  color=blue,
primitives
)$
```

(%t14)



3 Exercice 3

(%i15)
```
G(x):=F(x)+a;
```

$$G(x) := F(x) + a \qquad (\%o15)$$

(%i16)
```
constante:solve(G(−2)=3,a);
```

$$\left[a = \frac{\cos(4) + 6}{2}\right] \qquad \text{(constante)}$$

(%i17) b:rhs(constante[1]);

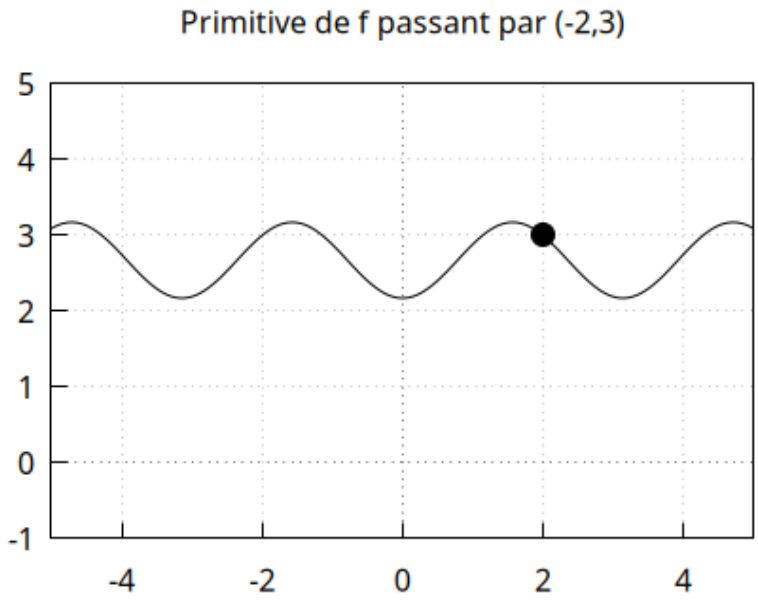
$$\frac{\cos(4) + 6}{2} \qquad \text{(b)}$$

(%i18) H(x):=F(x)+b;

$$H(x) := F(x) + b \qquad \text{(\%o18)}$$

(%i19)
```
wxdraw2d(
title="Primitive de f passant par (-2,3)",
grid=true,
xaxis=true,
yaxis=true,
xrange=[−5,5],
yrange=[−1,5],
color=black,
line_width=1,
key="",
explicit(H(x),x,−5,5),
  point_type=7,
  point_size=2,
  points([−2,3])
)
;
```

(%t19)



(%o19)

4 Exercice 4

(%i20) kill(all);

done (%o0)

(%i1) F(x):=integrate(f(t),t,c,x);

$$F(x) := \int_c^x f(t)\,dt \qquad (\%o1)$$

(%i2) diff(F(x),x);

$$f(x) \qquad (\%o2)$$

5 Exercice 5

(%i3) kill(all);

done (%o0)

(%i1) F(x):=integrate(1/sqrt(1+t^2),t,−1,x);

$$F(x) := \int_{-1}^{x} \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}\, dt \tag{\%o1}$$

(%i2)
```
Aire:F(1)−F(0);
```

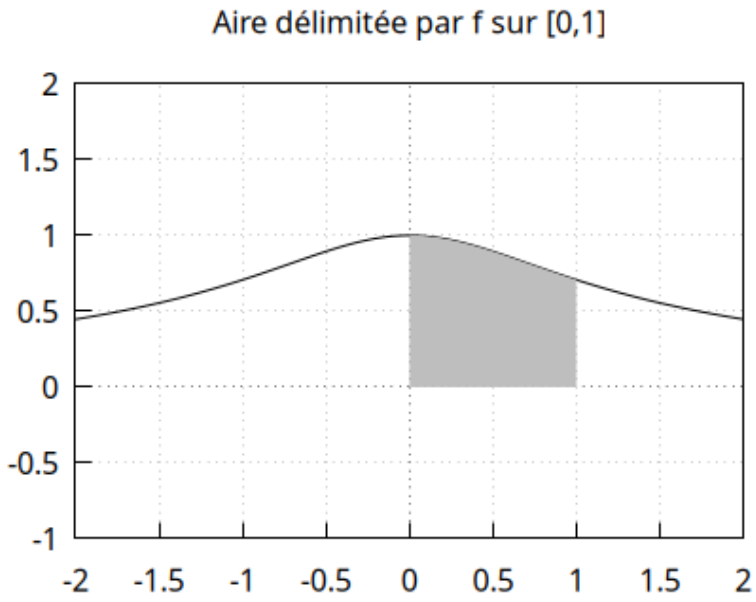
$$\operatorname{asinh}(1) \tag{Aire}$$

(%i3)
```
integrate(1/sqrt(1+t^2),t,0,1);
```

$$\operatorname{asinh}(1) \tag{\%o3}$$

(%i4)
```
wxdraw2d(
title="Aire délimitée par f sur [0,1]",
grid=true,
xaxis=true,
yaxis=true,
xrange=[−2,2],
yrange=[−1,2],
color=black,
line_width=1,
key="",
explicit(1/sqrt(1+x^2),x,−5,5),
  fill_color=grey,
  filled_func=true,
  filled_func=1/sqrt(1+x^2),
  explicit(0,x,0,1)
)
;
```

(%t4)



(%o4)

6 Exercice 6

(%i5) primf(x):=(1−cos(2·x))/2;

$$primf(x) := \frac{1-\cos(2x)}{2} \tag{\%o5}$$

(%i6) derprimf(x):=diff(primf(x),x);

$$derprimf(x) := \frac{d}{dx}\, primf(x) \tag{\%o6}$$

(%i7) derprimf(x);

$$\sin(2x) \tag{\%o7}$$

(%i8) trigexpand(derprimf(x));

$$2\cos(x)\sin(x) \tag{\%o8}$$

(%i9) subst(sqrt(1−sin(x)^2),cos(x),derprimf(x));

$$\sin(2x) \tag{\%o9}$$

7 Exercice 7

```
(%i10) kill(all);
```

$$\text{done} \tag{\%o0}$$

```
(%i1) INTEGRAND:(3·x·sqrt(2·x−1))·diff(x);
```

$$3x\sqrt{2x-1}\,del(x) \tag{INTEGRAND}$$

```
(%i2) solve(diff(u)=diff(sqrt(2·x−1)),del(x));
```

$$\left[del(x) = \sqrt{2x-1}\,del(u)\right] \tag{\%o2}$$

```
(%i3) %[1];
```

$$del(x) = \sqrt{2x-1}\,del(u) \tag{\%o3}$$

```
(%i4) subst(rhs(%),del(x),INTEGRAND);
```

$$3x\ (2x-1)\,del(u) \tag{\%o4}$$

```
(%i5) subst(u^2,2·x−1,%);
```

$$3u^2x\,del(u) \tag{\%o5}$$

```
(%i6) subst((u ^2+1)/2,x,%);
```

$$\frac{3u^2\left(u^2+1\right)del(u)}{2} \tag{\%o6}$$

```
(%i7) integrate(coeff(%,del(u)),u);
```

$$\frac{3u^5+5u^3}{10} \tag{\%o7}$$

```
(%i8) integrale:subst(sqrt(2·x−1),u,%);
```

$$\frac{3(2x-1)^{\frac{5}{2}}+5(2x-1)^{\frac{3}{2}}}{10} \tag{integrale}$$

```
(%i9) integrate(3·x·sqrt(2·x−1),x);
```

$$3\left(\frac{(2x-1)^{\frac{5}{2}}}{10}+\frac{(2x-1)^{\frac{3}{2}}}{6}\right) \tag{\%o9}$$

```
(%i10) expand(%);
```

$$\frac{3(2x-1)^{\frac{5}{2}}}{10}+\frac{(2x-1)^{\frac{3}{2}}}{2} \tag{\%o10}$$

8 Exercice 8

```
(%i11) kill(all);
```

$$\text{done} \tag{\%o0}$$

```
(%i1) INTEGRAND:sin(2·x)·cos(2·x)^5·diff(x);
```

$$\cos(2x)^5\sin(2x)\,del(x) \tag{INTEGRAND}$$

```
(%i2) solve(diff(u)=diff(cos(2·x)),del(x));
```

$$\left[del(x)=-\left(\frac{del(u)}{2\sin(2x)}\right)\right] \tag{\%o2}$$

```
(%i3) %[1];
```

$$del(x) = -\left(\frac{del(u)}{2\sin(2x)}\right) \tag{\%o3}$$

(%i4) subst(rhs(%),del(x),INTEGRAND);

$$-\left(\frac{\cos(2x)^5\, del(u)}{2}\right) \tag{\%o4}$$

(%i5) newintegrand:subst(u,cos(2·x),%);

$$-\left(\frac{u^5\, del(u)}{2}\right) \tag{newintegrand}$$

(%i6) b1:cos(2·%pi/6);

$$\frac{1}{2} \tag{b1}$$

(%i7) b2:cos(2·%pi/2);

$$-1 \tag{b2}$$

(%i8) newintegrand2:coeff(newintegrand,del(u));

$$-\left(\frac{u^5}{2}\right) \tag{newintegrand2}$$

(%i9) integrate(newintegrand2,u,1/2,−1);

$$-\left(\frac{21}{256}\right) \tag{\%o9}$$

(%i10) integrate(sin(2·x)·cos(2·x)^5,x,%pi/6,%pi/2);

$$-\left(\frac{21}{256}\right) \tag{\%o10}$$

9 Exercice 9

(%i11) kill(all);

$$\text{done} \tag{\%o0}$$

(%i1) declare(a,constant);

$$\text{done} \tag{\%o1}$$

(%i2) acce(t):=a;

$$acce(t) := a \tag{\%o2}$$

(%i3) vit(x):=integrate(acce(t),t,0,x)+k;

$$vit(x) := \int_0^x acce(t)\, dt + k \tag{\%o3}$$

(%i4) depart:solve(vit(0)=v0,k);

$$[k = \mathrm{v0}] \tag{depart}$$

(%i5) vit2(x):=subst(rhs(depart[1]),k,vit(x));

$$vit2(x) := subst\left(rhs\left(\mathrm{depart}_1\right), k, vit(x)\right) \tag{\%o5}$$

(%i6) vit2(x);

$$ax + \mathrm{v0} \tag{\%o6}$$

(%i7) mouv(x):=integrate(vit2(t),t,0,x)+k1;

$$mouv(x) := \int_0^x vit2(t)\, dt + \mathrm{k1} \tag{\%o7}$$

(%i8) mouv(x);

$$\frac{ax^2+2\mathrm{v0}x}{2}+\mathrm{k1} \tag{\%o8}$$

(%i9) depart2:solve(mouv(0)=x0,k1);

$$[\mathrm{k1}=\mathrm{x0}] \tag{depart2}$$

(%i10) mouv2(x):=subst(rhs(depart2[1]),k1,mouv(x));

$$mouv2(x):=subst\left(rhs\left(\mathrm{depart2}_1\right),\mathrm{k1},mouv(x)\right) \tag{\%o10}$$

(%i11) mouv2(x);

$$\mathrm{x0}+\frac{ax^2+2\mathrm{v0}x}{2} \tag{\%o11}$$

(%i12) expand(%);

$$\mathrm{x0}+\frac{ax^2}{2}+\mathrm{v0}x \tag{\%o12}$$

10 Exercice 10

On reprend la démarche précédente

(%i13) kill(all);

$$\mathrm{done} \tag{\%o0}$$

(%i1) assume(t>0);

$$[t>0] \tag{\%o1}$$

(%i2) acce(t):=t^3·exp(−0.5·t);

$$acce(t) := t^3\, exp\,(-0.5t) \tag{\%o2}$$

(%i3) vit(t):=integrate(acce(x),x,0,t)+k;

$$vit(t) := \int_0^t acce(x)\, dx + k \tag{\%o3}$$

(%i4) solve(vit(0)=0,k);

$$[k = 0] \tag{\%o4}$$

(%i5) vit(t):=integrate(acce(x),x,0,t);

$$vit(t) := \int_0^t acce(x)\, dx \tag{\%o5}$$

(%i6) ratprint:false;

$$false \tag{ratprint}$$

(%i7) vit(t);

$$96 - \%e^{-\left(\frac{t}{2}\right)} \left(2t^3 + 12t^2 + 48t + 96\right) \tag{\%o7}$$

(%i8) mouv(t):=integrate(vit(x),x,0,t)+k1;

$$mouv(t) := \int_0^t vit(x)\, dx + \mathrm{k1} \tag{\%o8}$$

(%i9) assume(x>0);

$$[x > 0] \tag{\%o9}$$

(%i10) solve(mouv(0)=0,k1);

$$[\mathrm{k1} = 0] \tag{\%o10}$$

(%i11) mouv(t):=integrate(vit(x),x,0,t);

$$mouv(t) := \int_0^t vit(x)\,dx \qquad (\%o11)$$

(%i12) mouv(t);

$$\%e^{-\left(\frac{t}{2}\right)}\left(4t^3+48t^2+\left(96\%e^{\frac{t}{2}}+288\right)t-768\%e^{\frac{t}{2}}+768\right) \qquad (\%o12)$$

(%i13) expand(%);

$$4\%e^{-\left(\frac{t}{2}\right)}t^3+48\%e^{-\left(\frac{t}{2}\right)}t^2+288\%e^{-\left(\frac{t}{2}\right)}t+96t+768\%e^{-\left(\frac{t}{2}\right)}-768 \qquad (\%o13)$$

On obtient l'expression du mouvement en fonction du temps t ci-dessus.

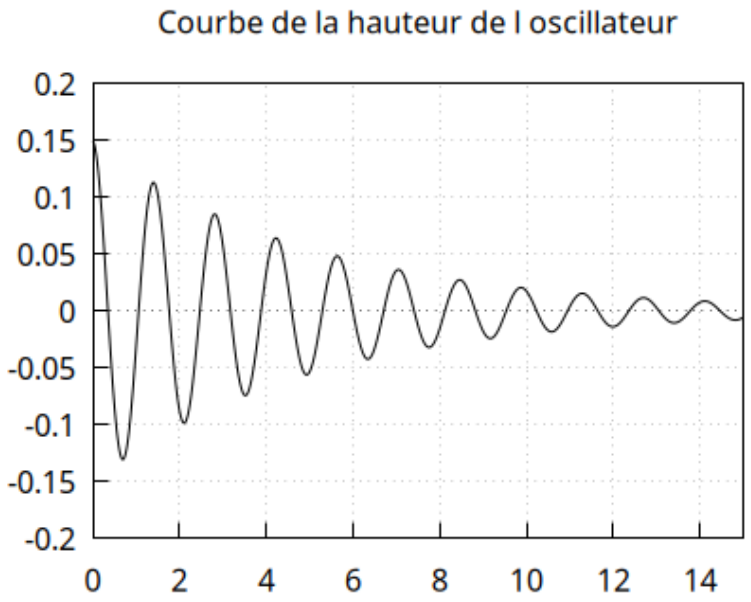
11 Exercice 11

(%i14) h(t):=0.15·exp(−0.2·t)·cos(4.45·t);

$$h(t) := 0.15\,exp\left(-0.2t\right)\cos\left(4.45t\right) \qquad (\%o14)$$

(%i15)
```
wxdraw2d(
title="Courbe de la hauteur de l oscillateur",
grid=true,
xaxis=true,
yaxis=true,
xrange=[0,15],
yrange=[−0.2,0.2],
color=black,
line_width=1,
key="",
explicit(h(x),x,0,15)
)
;
```

(%t15)



(%o15)

On va chercher les points d'intersection avec l'axe des abscisses :

(%i16) solve(cos(4.45·t)=0,t);

$$solve : usingarc - trigfunctionstogetasolution.$$

$$Somesolutionswillbelost.$$

$$\left[t = \frac{10\pi}{89}\right] \qquad (\%o16)$$

(%i17) float(%);

$$[t = 0.35298793860559474] \qquad (\%o17)$$

Comme cos(x+Π)=-cos(x), on en déduit que cos(4.45t) s'annule à chaque période de Π/4.45. On peut ainsi générer la liste des premiers points d'intersection entre la courbe de h et l'axe des abscisses.

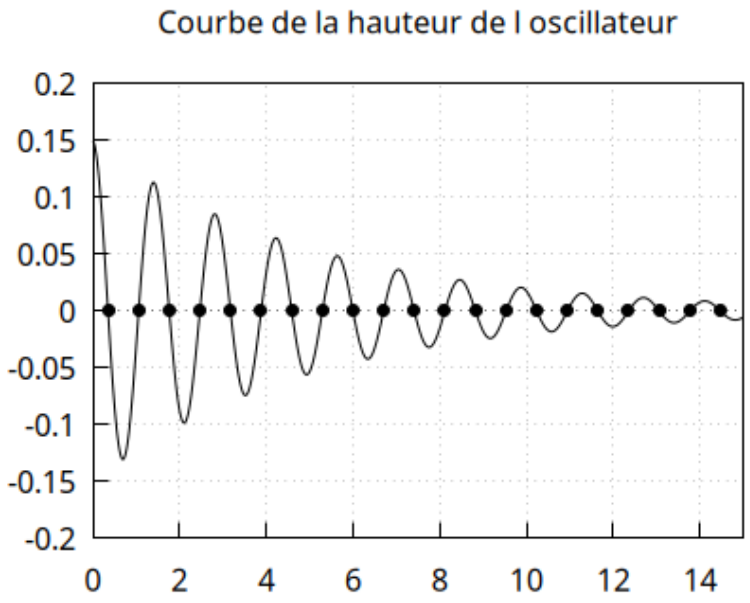
(%i18) listepts:float(makelist([10·%pi/89+%pi/4.45·k,h(10·%pi/89+%pi/4.45·k)],k,0,20));

(listepts)

(%i19) wxdraw2d(

```
title="Courbe de la hauteur de l oscillateur",
grid=true,
xaxis=true,
yaxis=true,
xrange=[0,15],
yrange=[−0.2,0.2],
color=black,
line_width=1,
key="",
explicit(h(x),x,0,15),
  point_type=7,
  point_size=1,
  points(listepts)
)
;
```

(%t19)



(%o19)

Pour calculer la distance, on va calculer l'intégrale de la valeur absolue
de la dérivée du mouvement par des méthodes d'intégration numérique.
On utilise la méthode de Romberg pour calculer l'intégrale en divisant
l'intervalle d'intégration en n sous-intervalles.
On définit une fonction donnant la distance parcourue par l'oscilloscope
en fonction de la borne supérieure et du nombre de subdivisions.
On regardera ensuite l'évolution de la distance pour trouver quand elle se stabilise.

(%i24) /* Désactiver l'affichage 2D et les messages d'erreur */

```
display2d: false$
ratprint: false$
error_catch_mode: true$
/* Définition de la dérivée v(t) */
v(t) := diff(h(t), t)$
distance(bornesup,nbsubdivisions):=block(
[distance_totale],
  distance_totale : 0.0,
 intervalle:(bornesup/nbsubdivisions),
  for k : 1 thru nbsubdivisions do (
  distance_totale:distance_totale+romberg(abs(v(t)),t,(k−1)·intervalle,k·intervalle)
 ),
  return(distance_totale)
);
```

$$(\%o24) distance(bornesup, nbsubdivisions) := block([distance_totale],$$

$$distance_totale : 0.0, intervalle : bornesup/nbsubdivisions,$$

$$forkthrunbsubdivisionsdo$$

$$distance_totale : distance_totale$$

$$+romberg(abs(v(t)), t, (k-1) \cdot intervalle,$$

$$k \cdot intervalle),$$

$$return(distance_totale))$$

(%i25)
```
distance(15,100);
```

$$(\%o25) 2.022826772745349$$

(%i26)
```
makelist(print("borne sup =",k,"distance =",distance(k,100)),k,1,45)$
```

$$bornesup = 1 distance = 0.3789036830553364$$

$$bornesup = 2 distance = 0.7241991522998038$$

$$bornesup = 3 distance = 0.9461928919040565$$

$$bornesup = 4 distance = 1.186305578673841$$

$$bornesup = 5 distance = 1.339885904894183$$

$$bornesup = 6 distance = 1.4901200613621755$$

$$bornesup = 7 distance = 1.6102402345871212$$

$$bornesup = 8 distance = 1.6959977192455074$$

$$bornesup = 9 distance = 1.7838750758654727$$

$$bornesup = 10 distance = 1.8383013228285134$$

$$bornesup = 11 distance = 1.8962608333779578$$

$$bornesup = 12 distance = 1.9370547288344953$$

$$bornesup = 13 distance = 1.9713447958387516$$

$$bornesup = 14 distance = 2.0027056124953635$$

$$bornesup = 15 distance = 2.022826772745349$$

$$bornesup = 16 distance = 2.0446038970613416$$

$$bornesup = 17 distance = 2.058557711381514$$

$$bornesup = 18 distance = 2.0721630826070556$$

$$bornesup = 19 distance = 2.083081162112513$$

$$bornesup = 20 distance = 2.0908469349343872$$

$$bornesup = 21 distance = 2.098823285106707$$

$$bornesup = 22 distance = 2.10376429242363$$

$$bornesup = 23 distance = 2.1090157746378857$$

$$bornesup = 24 distance = 2.1127248113329418$$

$$bornesup = 25 distance = 2.115828095781979$$

$$bornesup = 26 distance = 2.1186754548530713$$

$$bornesup = 27 distance = 2.120500249531612$$

$$bornesup = 28 distance = 2.1224745177760207$$

$$bornesup = 29 distance = 2.123742045791135$$

$$bornesup = 30 distance = 2.1249761890875742$$

$$bornesup = 31 distance = 2.1259679253555475$$

$$bornesup = 32 distance = 2.1266715532389813$$

$$bornesup = 33 distance = 2.127401103770918$$

$$bornesup = 34 distance = 2.127845942022967$$

$$bornesup = 35 distance = 2.1283050572845226$$

$$bornesup = 36 distance = 2.1286476028856827$$

$$bornesup = 37 distance = 2.1289348938568144$$

$$bornesup = 38 distance = 2.129153691161584$$

$$bornesup = 39 distance = 2.1293602740282878$$

$$bornesup = 40 distance = 2.1295343615260065$$

$$bornesup = 41 distance = 2.129646998042759$$

$$bornesup = 42 distance = 2.1297672236912097$$

$$bornesup = 43 distance = 2.129854581476741$$

$$bornesup = 44 distance = 2.1299297708974794$$

$$bornesup = 45 distance = 2.129980269860578$$

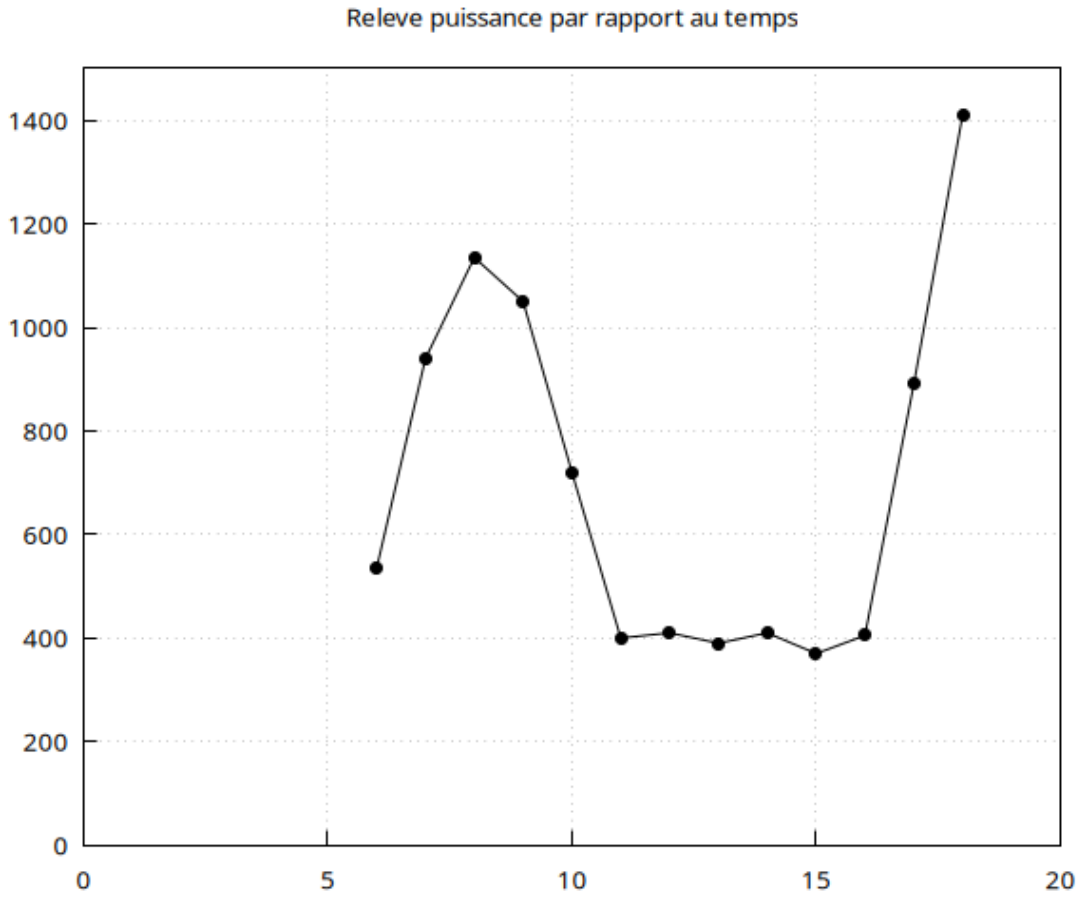
La distance parcourue par l'oscillateur se rapproche donc de 2.13 m.

12 Exercice 12

```
(%i27) relevespuissance: [
       [6, 535],
       [7, 940],
       [8, 1135],
       [9, 1050],
       [10, 720],
       [11, 400],
       [12, 410],
       [13, 390],
       [14, 410],
       [15, 370],
       [16, 405],
       [17, 890],
       [18, 1410]
       ]$
```

```
(%i45) draw2d(
       title="Releve puissance par rapport au temps",
       grid=true,
       xaxis=true,
       yaxis=true,
       xrange=[0,20],
       yrange=[0,1500],
       color=black,
         point_type=7,
         point_size=1,
         points_joined=true,
        points(relevespuissance)
         )$
```

Figure 1:/home/mgosse2/hubiC/logiciels/maxima/wxmaxima-calculus/chap6-img2.png




```
(%i29) tracepolygone(i):=polygon([[relevespuissance[i][1],0],
       [relevespuissance[i][1],relevespuissance[i][2]],
       [relevespuissance[i+1][1],relevespuissance[i+1][2]],
       [relevespuissance[i+1][1],0]]);
```

$$(\%o29)tracepolygone(i) := polygon($$

$$[[relevespuissance[i][1], 0],$$

$$[relevespuissance[i][1], relevespuissance[i][2]],$$

$$[relevespuissance[i+1][1], relevespuissance[i+1][2]],$$

$$[relevespuissance[i+1][1], 0]])$$

```
(%i30) tracepolygone(2);
```

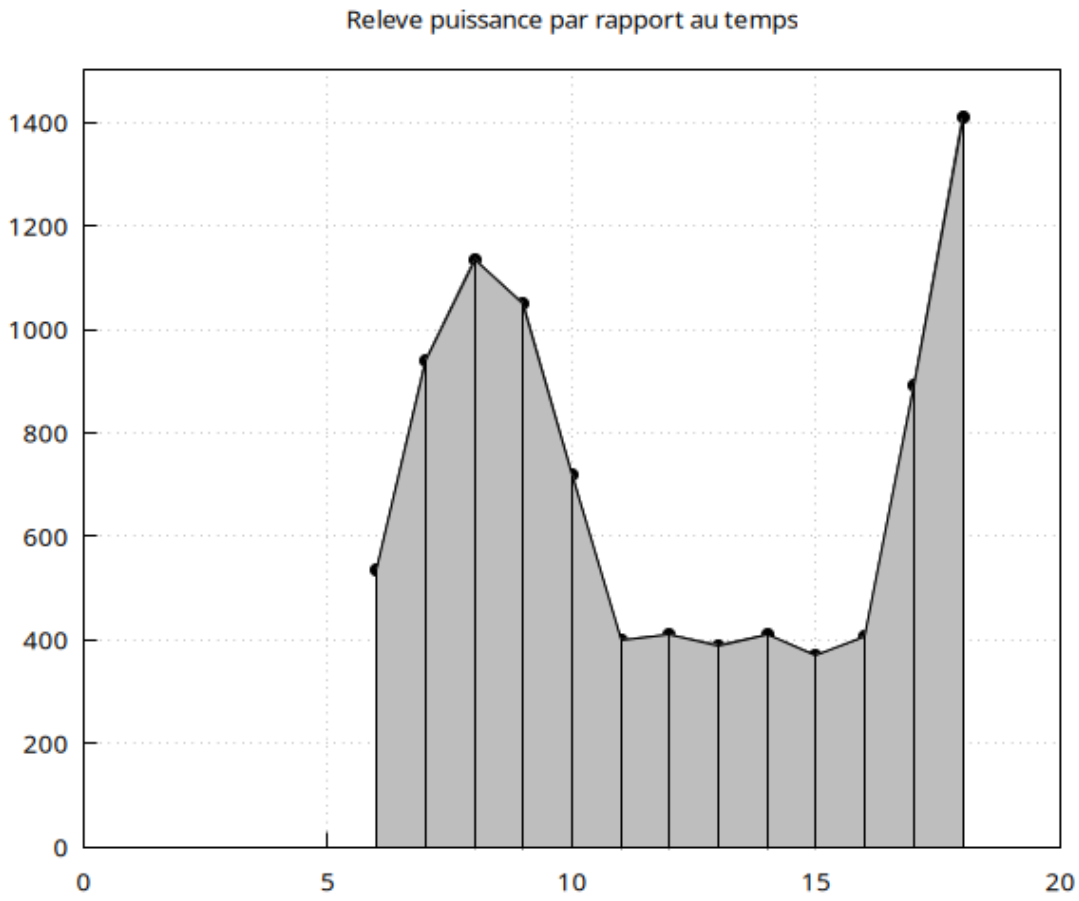
$$(\%o30)polygon([[7, 0], [7, 940], [8, 1135], [8, 0]])$$

```
(%i44) draw2d(
       title="Releve puissance par rapport au temps",
       grid=true,
       xaxis=true,
```

```
yaxis=true,
xrange=[0,20],
yrange=[0,1500],
color=black,
  point_type=7,
  point_size=1,
  points_joined=true,
 points(relevespuissance),
  fill_color=gray,
tracepolygone(1),tracepolygone(2),tracepolygone(3),
  tracepolygone(4),tracepolygone(5),tracepolygone(6),
  tracepolygone(7),tracepolygone(8),tracepolygone(9),
  tracepolygone(10),tracepolygone(11),tracepolygone(12)
);
```

$$(\%o44)[gr2d(points, polygon, polygon, polygon, polygon, polygon, polygon, polygon, polygon, polygon, polygon, polygon, polygon)]$$

Figure 2:/home/mgosse2/hubiC/logiciels/maxima/wxmaxima-calculus/chap6-img1.png



(%i32) relevespuissance;

$$(\%o32)[[6,535],[7,940],[8,1135],[9,1050],[10,720],[11,400],[12,410],[13,390],$$
$$[14,410],[15,370],[16,405],[17,890],[18,1410]]$$

Calcul de l'aire du premier trapèze à partir de la liste des points relevespuissance

```
(%i33) aire1:(relevespuissance[2][1]−relevespuissance[1][1])·(relevespuissance[1]
       [2]+relevespuissance[2][2])/2;
```

$$(\%o33)1475/2$$

On généralise la formule pour le trapèze d'ordre i de la liste

```
(%i34) aire(i):=(relevespuissance[i+1][1]−relevespuissance[i][1])·(relevespuissance[i]
       [2]+relevespuissance[i+1][2])/2;
```

$$(\%o34)aire(i) :=$$
$$((relevespuissance[i+1][1] - relevespuissance[i][1])$$
$$\cdot(relevespuissance[i][2] + relevespuissance[i+1][2]))/2$$

On additionne les aires des trapézes.

```
(%i35) puissanceconsommee:sum(aire(k),k,1,12);
```

$$(\%o35)16185/2$$

```
(%i36) ev(puissanceconsommee,numer);
```

$$(\%o36)8092.5$$

```
(%i37) puissancemoyenne:puissanceconsommee/12;
```

$$(\%o37)5395/8$$

```
(%i38) ev(puissancemoyenne,numer);
```

$$(\%o38)674.375$$

13 Exercice 13

Aire exacte sur [Π/2,Π/2+1/2^i]

```
(%i39) aireexacte(i):=integrate(sin(x),x,%pi/2,%pi/2+1/2^i);
```

$$(\%o39) aireexacte(i) := integrate(sin(x), x, \%pi/2, \%pi/2 + 1/2\textasciicircumi)$$

Aire du rectangle de hauteur sin(Π/2+1/2î) sur cet intervalle

```
(%i40) airerectangle(i):=1/2^i·sin(%pi/2+1/2^i);
```

$$(\%o40) airerectangle(i) := (1/2\textasciicircumi) * sin(\%pi/2 + 1/2\textasciicircumi)$$

```
(%i41) delta(i):=float((aireexacte(i)−airerectangle(i))/aireexacte(i)·100);
```

$$(\%o41) delta(i) := float(((aireexacte(i) - airerectangle(i))/aireexacte(i)) * 100)$$

```
(%i42) makelist(print("pour k=",k," l'erreur est de ",delta(k)),k,1,5)$
```

$$pourk = 1l'erreurestde8.475613914377401$$

$$pourk = 2l'erreurestde2.0920658838515056$$

$$pourk = 3l'erreurestde0.5213766766623673$$

$$pourk = 4l'erreurestde0.13024225437314801$$

$$pourk = 5l'erreurestde0.032554202806718155$$

Pour k=5, l'erreur est donc suffisamment précise pour que l'approximation soit à moins de 0.1%

Created with wxMaxima.